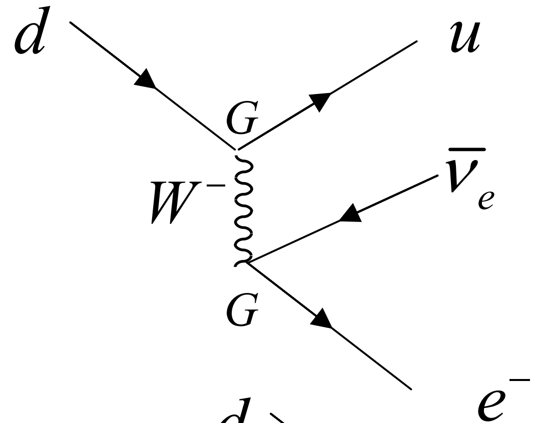
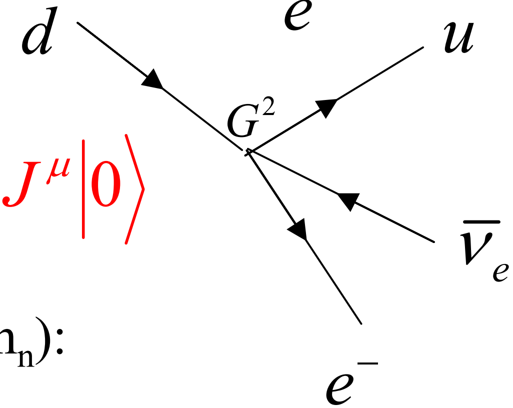
Interazioni deboli

Decadimento beta

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$
$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$
$$^3H \rightarrow {}^3He + e^- + \bar{\nu}, {}^6He \rightarrow {}^6Li + e^- + \bar{\nu}$$





Se l'impulso trasferito è piccolo è un'interazione di contatto tra le correnti (Fermi):

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle u | J_\mu | d \rangle \langle e \bar{\nu} | J^\mu | 0 \rangle$$

Trascurando la dipendenza di M dagli impulsi ($m_p \sim m_n$):

$$M = G = 1.166\ 10^{-5}\ GeV^{-2}$$

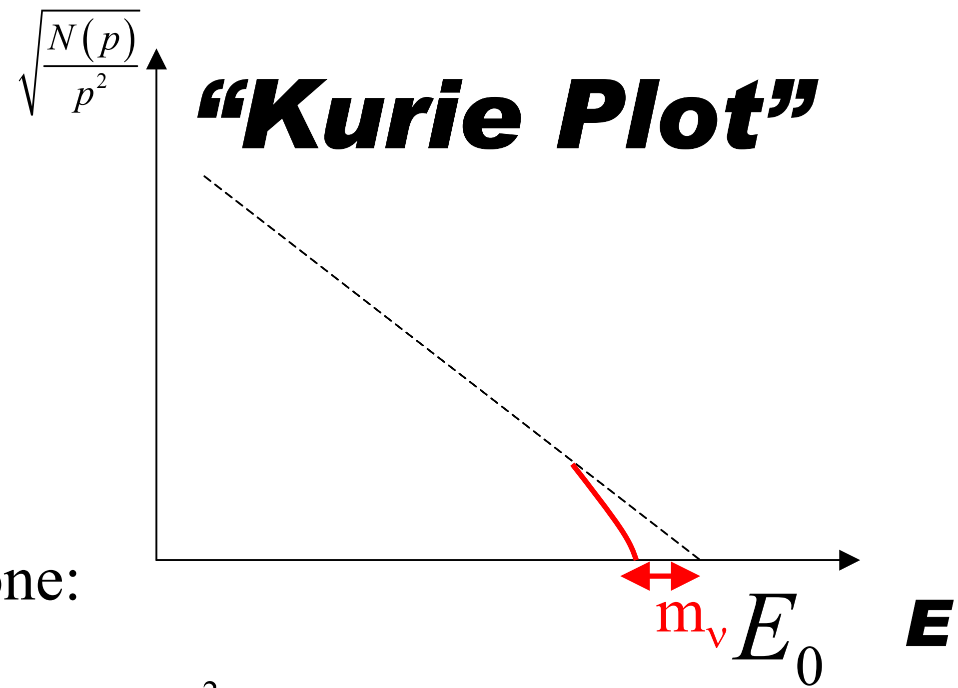
La probabilità di transizione W(regola d'oro) dipende solo dallo spazio delle fasi:

$$W = 2\pi |M|^2 \frac{dN}{dE_0} \quad (E_0 = E_p + E_{\bar{\nu}} + E_e)$$ (l'energia è trasportata solo da e e ν)

$$\frac{dN}{dE_0} = 16\pi^2 p^2 (E - E_0)^2 dp; \ N_e(p)dp = p^2 (E - E_0)^2 dp;$$

$$N_e(p)dp = p^2 (E - E_0)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu}{E_0 - E}\right)^2} dp \ (se\ m_\nu \neq 0)$$

Spettro di energia dell'elettrone



Dallo spettro del trizio:
$m_\nu < 3$ eV (95 % C.L.

La probabilità totale di transizione:

$$W = \frac{G^2}{2\pi^3} \int_0^{p_{\max}} N(p)dp \propto G^2$$

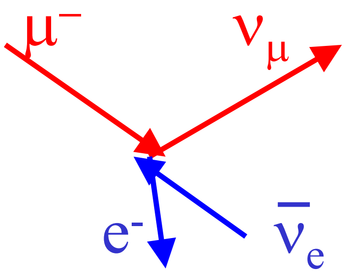
Se l'elettrone è relativistico: $N(E)dE = E^2(E_0 - E)^2 dE \Rightarrow N = \int_0^{E_0} N(E)dE = \frac{E_0^5}{30}$

$$\Rightarrow W \propto G^2 E_0^5, \; E_0 = energia \; \max \; dell'elettrone = \; m_n - m_p$$

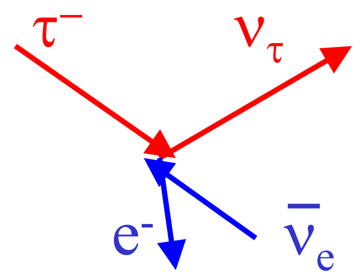
G si estrae dalle probabilità di transizioni (vite medie) in funzione di E_0:
Le vite medie dei decadimenti beta variano da secondi a anni (E_0^5)

Le correnti deboli cariche

Esistono (oltre quella elettronica) altri 2 tipi di correnti deboli cariche:



: $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$



: $\tau^- \rightarrow e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$

Questo porta all'introduzione di tre doppietti leptonici $\begin{bmatrix} e^- \\ \nu_e \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{bmatrix}$ + antiparticelle

Evidenza sperimentale: solo gli stati con elicità negativa partecipano alle interazioni deboli. $(\lambda = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = \pm \frac{1}{2} \text{ se } \ \text{s} = 1/2)$

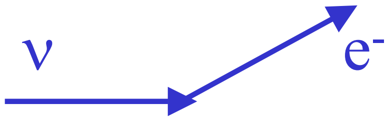
Si incorpora nella teoria con il fattore (1-γ_5) nella corrente (V-A). **(1-γ_5) è un proiettore di elicità negativa**. In QED invece ho entranbi gli stati di elicità

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \gamma^\mu \equiv vettore; \gamma^\mu\gamma^5 \equiv vettore \ \ assiale$$

$$\frac{1}{2}(1-\gamma^5) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \textit{seleziona le due componenti in basso dello spinore:} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

N.B. L'elicità λ è un buon numero quantico (Lorentz) solo per particelle di massa nulla (neutrini?)

La corrente leptonica debole :

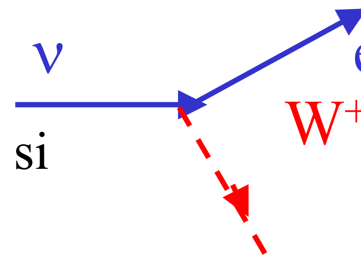


$$J^{\mu} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}(e) \gamma^{\mu} \frac{1}{2} (1-\gamma^{5}) u(\nu_e)$$

Differenza da QED

L'interazione puntuale alla Fermi crea problemi di unitarietà e, d'altra parte sappiamo che le interazioni deboli hanno range limitato $\Longrightarrow$

$\Longrightarrow$ Propagatore bosonico massivo.



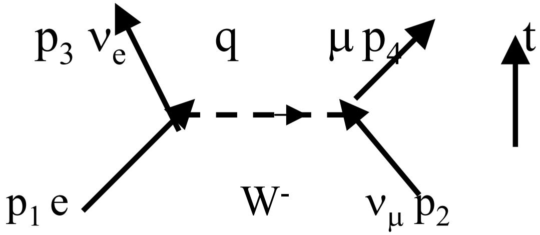
Le regole di Feynman per la costruzione delle ampiezze si Modificano rispetto a QED:

$$1)\,\mathrm{Pr}\,opagatore: -i \frac{(g_{\mu\nu} - q_{\mu} q_{\nu} / M^{2})}{q^{2} - M^{2}} \xrightarrow{q^{2} << M^{2}} i \frac{g_{\mu\nu}}{M^{2}} \quad (in\ QED\ era\ \text{-}i \frac{g_{\mu\nu}}{q^{2}})$$

$$2)\, fattore\ \text{di vertice}: \frac{g_W}{2\sqrt{2}} \gamma^{\mu} (1-\gamma^{5}),\ g_W = \sqrt{4\pi\alpha_W} \quad (in\ QED\ era\ \text{-}ie\gamma^{\mu})$$

Es. Il decadimento inverso del μ :

$$\nu_{\mu} + e^{-} \rightarrow \mu^{-} + \nu_{e} \text{ (analogo a } \mu\text{e} \rightarrow \mu\text{e in QED)}$$



$$q = p_1 - p_3; \text{se } q^2 << M_W^2, \text{il propagatore si semplifica} : \frac{i g_{\mu\nu}}{M_W^2}$$

$$M = i\frac{g_W^2}{8M_W^2}\left\{\overline{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)\right\}\left\{\overline{u}(4)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(2)\right\}$$

Oppure con la notazione di Fermi (G) e la modifica alla corrente ($1-\gamma_5$)

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}}\left\{\overline{u}(3)\gamma^\mu\frac{(1-\gamma^5)}{2}u(1)\right\}\left\{\overline{u}(4)\gamma^\mu\frac{(1-\gamma^5)}{2}u(2)\right\} con \quad \frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2}$$

Modulo quadro dell'ampiezza, mediata sugli spin iniziali e sommata su quelli finali

$$|M|^2 = 2\left(\frac{g_W}{M_W}\right)^4(p_1\cdot p_2)(p_3\cdot p_4) = 2\left(\frac{g_W}{M_W}\right)^4(p_1\cdot p_2)^2 = 2\left(\frac{g_W}{M_W}\right)^4 s^2 = 64G^2s^2$$

Cfr. Nel caso di QED $\mu + e \rightarrow \mu + e$

$$|M|^2 = 8\frac{e^4}{t^2}\left\{s^2 + u^2\right\}$$

Nel c.m. le particelle hanno tutte energia E (trascurando le masse) quindi s=$(2E)^2$ La regola d'oro per le interazioni 1+2→ 3+4:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{1}{8\pi}\right)^2\frac{|M|^2}{(E_1+E_2)^2}\frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|}=\frac{1}{2}\left[\frac{g_W^2 E}{4\pi M_W^2}\right]^2, \textit{indipendente dall'angolo di scattering}$$

La sezione d'urto differenziale si può scrivere anche in funzione di **$t=2E^2(\cos\theta-1)$:**

$$dt=2E^2 d\cos\theta \Rightarrow \frac{d\sigma}{dt}=\frac{1}{2E^2}2\pi\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{1}{32\pi}\frac{g_W^4}{M_W^4}=\frac{G^2}{\pi}$$

Si può integrare su t: $-4E^2= -s < t < 0$: $\sigma=\int_{-s}^{0}\frac{G^2}{\pi}dt=\frac{G^2}{\pi}s$

La sezione d'urto differenziale è isotropa;
la sezione d'urto totale cresce come s .

L'ampiezza di $\nu_\mu+e^-\rightarrow\mu^-+\nu_e$ per simmetria di crossing mi fornisce anche quella del decadimento: $\mu^-\rightarrow\nu_\mu+e^-+\bar{\nu}_e$ da cui:

$$\boxed{\frac{1}{\Gamma_\mu}\equiv\tau_\mu=\frac{192\pi^3}{G^2 m_\mu^5}}$$

Dalla misura di τ_μ (e dalla conoscenza di m_μ) si estrae il valore di di G

La dipendenza da m^{-5} è tipica di ogni decadimento debole (trascurando le masse finali).

Risultato sperimentale: τ_μ=2.197 10^{-6} s, m_μ=0.105658 GeV $\Longrightarrow$

G = 1.166 10^{-5} GeV^{-2}

$$con \quad \frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2}, \mathrm{M_W} \approx 80\,\mathrm{GeV} \Rightarrow \mathrm{g_W} = 0.66, \alpha_W = \frac{g_W^2}{4\pi} = \frac{1}{129}$$

Le interazioni deboli sono tali non tanto perchè la costante di accoppiamento sia debole, quanto perchè il mediatore (W) è molto pesante e il temine di massa nel propagatore (a bassi Q^2) domina.

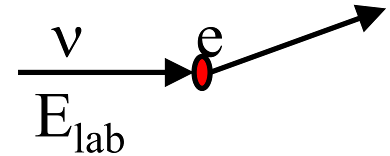
Se $Q^2 \sim M_W^2$ $(80\ \mathrm{GeV})^2$ le interazioni deboli diventano paragonabili a quelle elettromagnetiche:

UNIFICAZIONE?

Torniamo a $\nu_\mu + e^- \to \mu^- + \nu_e$:

$$\sigma = \frac{G^2}{\pi} s \xrightarrow{c.m.} \frac{4}{\pi} E^2 = 1.48 \cdot 10^{-10}\, GeV^{-2} \cdot E^2 (E \text{ in GeV}) \approx 0.576 \cdot 10^{-37}\, cm^2 \cdot E^2$$

Normalmente la reazione avviene nel laboratorio:



$$s = (2E)^2 = (E_{lab} + m_e)^2 - E_{lab}^2 \cong 2m_e E_{lab} \Rightarrow E_{lab} \cong \frac{2E^2}{m_e} (E = 1GeV \Rightarrow E_{lab} \approx 4000 \text{ GeV})$$

$$\sigma_{lab} = \frac{4}{\pi} G^2 \frac{m_e E_{lab}}{2} \textit{ cresce linermente con } E_{lab} : \frac{\sigma_{lab}}{E_{lab}} = 1.5 \cdot 10^{-42}\, cm^2 GeV^{-1}$$

Più probabile l'interazione tra neutrino e nucleone di massa M (puntiforme?)

$$\sigma_{lab} = \frac{4}{\pi} G^2 \frac{M E_{lab}}{2} \Rightarrow \frac{\sigma_{lab}}{E_{lab}} = 0.3 \cdot 10^{-38}\, cm^2 GeV^{-1}$$

L'interazione con i nucleoni è più probabile perchè a parità di energia incidente dei neutrini $s=2ME_{lab}$ a causa del fatto $M \sim 2000\, m_e$ è 2000 volte più grande.

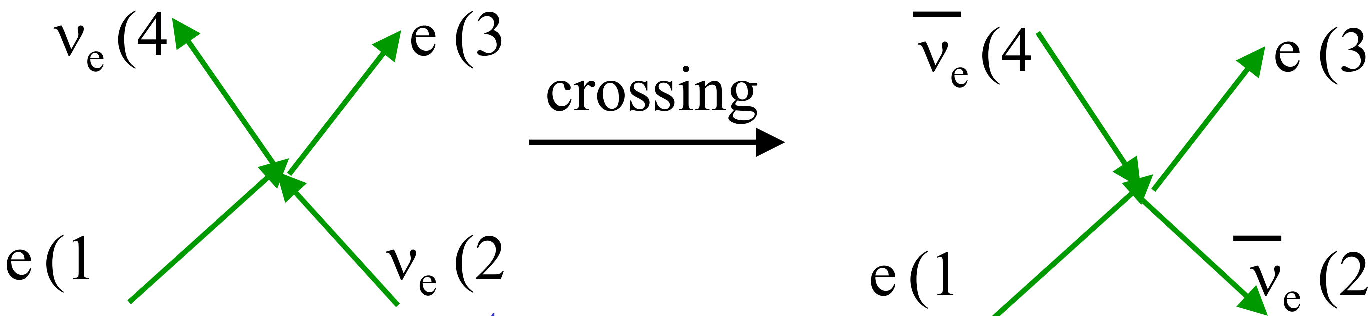
Neutrini e antineutrini

Consideriamo l'ampiezza del processo: $\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$

$$|M|^2_\nu = 2\left(\frac{g_W}{M_W}\right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) == 64G^2 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4)$$

Tale ampiezza vale anche per l'interazione $\nu_e + e^- \rightarrow e^- + \nu_e$

Consideriamo ora $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ (o anche $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$) crossing



Equivale a scrivere $|M|^2$ con:

$p_2 \rightarrow -p_4$; $p_4 \rightarrow -p_2$

o $p_1 \rightarrow -p_3$; $p_3 \rightarrow -p_1$

$$quindi\ |M|^2_{\bar{\nu}} = 2\left(\frac{g_W}{M_W}\right)^4 (p_1 \cdot p_4)(p_3 \cdot p_2);\ \text{ma u} = (\text{p}_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 = -2p_1 p_4 = -2p_2 p_3$$

$$quindi: |M|^2_{\bar{\nu}} = 16G^2 u^2 \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{\nu}) = \frac{1}{8\pi}\frac{1}{s}|M|^2_{\bar{\nu}} = \frac{G^2}{4\pi^2}\frac{u^2}{s} \xrightarrow{c.m.} \frac{G^2}{4\pi^2}\frac{s}{2}(1+\cos\theta)^2$$

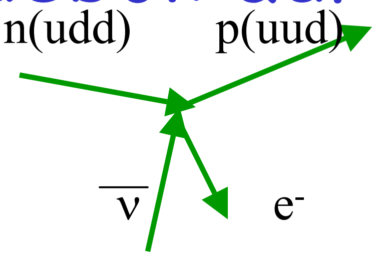
La distribuzione angolare per interazioni di antineutrini:

NON è isotropa (nel c.m.); **si annulla per θ=π e viola la parità**.

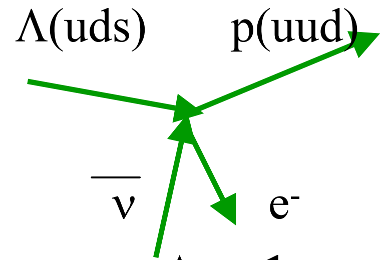
$$Integrando\ in\ \cos\theta{:}\ \sigma^{\bar{\nu}} = \frac{G^2}{3\pi}s = \frac{1}{3}\sigma^\nu$$

Correnti deboli adroniche

Due tipi di decadimento beta del n e della Λ:

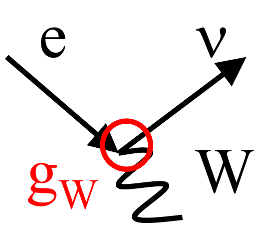


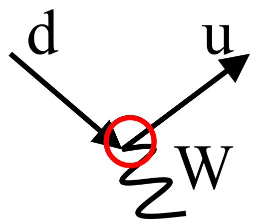
$\Delta s=0$: $d \rightarrow u$

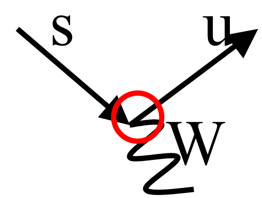


$\Delta s=1$: $s \rightarrow u$

UNIVERSALITA' del decadimento beta?







Leptonico: g_W adronico $\Delta s=0$ $g_W \cos\theta_c$ adronico $\Delta s=1$ $g_W \sin\theta_c$

Cabibbo: $\sin\theta_C = 0.23$ ($\theta = 13^o$) sperimentale.

Struttura della corrente ancora (V-A) $(1-\gamma_5)$. Ma gli stati dei quark da usare sono:

$$d' = d\cos\theta + s\sin\theta$$

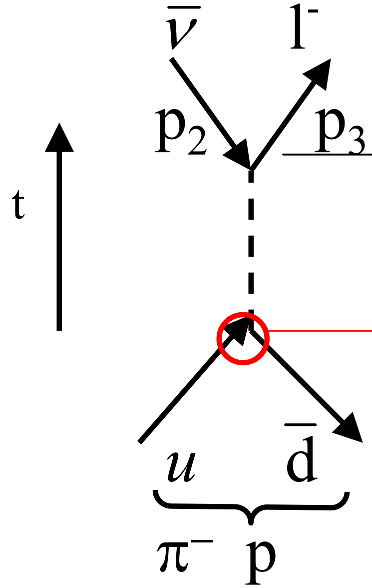
$$s' = -d\sin\theta + s\cos\theta$$

$$\begin{bmatrix} d' \\ s' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \end{bmatrix}$$

Come nel caso leptonico l'interazione debole accoppia i due elementi di un doppietto: es. Il I:

$$\begin{bmatrix} u \\ d' \end{bmatrix} \text{ è equivalente a } \begin{bmatrix} \nu_e \\ e^- \end{bmatrix}$$

Decadimento $\pi^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_e$



Corrente debole leptonica

corrente debole adronica con correzioni per interazioni forti dei quark

$$M = \frac{g_W^2}{8M_W^2}\left[\bar{u}(3)\gamma_\mu(1-\gamma_5)v(2)\right] \; F^\mu$$

F^μ= fattore di forma: Accoppiamento π/W

Unica possibilità: $\mathbf{F^\mu = f_\pi\, p_\mu}$ con $\mathbf{f_\pi}$ uno scalare (m_π ?)

Modulo quadro di M e somma sugli spin finali (Griffiths):

$$|M|^2 = \frac{1}{8}\left[f_\pi\left(\frac{g_W}{M_W}\right)^2\right]\left\{2(pp_2)(pp_3) - p^2(p_2p_3)\right\} = (m_\nu = 0) = \frac{1}{8}\left[f_\pi\left(\frac{g_W}{M_W}\right)^2\right]^4 \frac{1}{2} m_l^2\left[m_\pi^2 - m_l^2\right]$$

$$\text{regola d'oro nel c.m.}(1 \rightarrow 2+3): \Gamma = \frac{1}{8\pi m_1}|M|^2 \frac{|\vec{p}_2|^2}{m_1}$$

$$con\ |\vec{\mathrm{p}}_2| = funzione\ \text{triangolare} = \frac{1}{2m_1}\left[m_1^4 + m_2^4 + m_3^4 - 2m_2^2m_3^2 - 2m_1^2m_2^2 - 2m_1^2m_3^2\right]^{1/2}$$

$$\boxed{\Rightarrow \Gamma_\pi = \frac{f_\pi^2}{\pi m_\pi^3}\left[\frac{g_W}{4M_W}\right]^4 m_l^2\left[m_\pi^2 - m_l^2\right]^2}$$

$$f_\pi = (?) = m_\pi \cos\theta_C;\ G^2 = 8\left[\frac{g_W}{4M_W}\right]^4;\ m_\pi = 140MeV,\ m_l = m_\mu = 106MeV,\ \theta_C = 13^o$$

$$\Gamma = 3.13\cdot10^{-17}GeV;\ \frac{1}{\Gamma} = 2.2\cdot10^{-8}s;\ \text{misurato}\ \frac{1}{\Gamma} = 2.6\cdot10^{-8}s$$

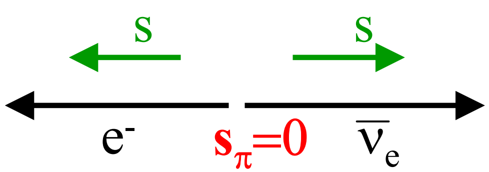
Osservazioni:

-L'assunzione $f_\pi = m_\pi \cos\theta_C$ è arbitraria;

$$-\frac{\Gamma(\pi^- \to e^-\overline{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \to \mu^-\overline{\nu}_\mu)} = \frac{m_e^2}{m_\mu^2}\frac{(m_\pi^2 - m_e^2)^2}{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1.28\cdot10^{-4}(\text{exp.}: 1.22\cdot10^{-4})$$

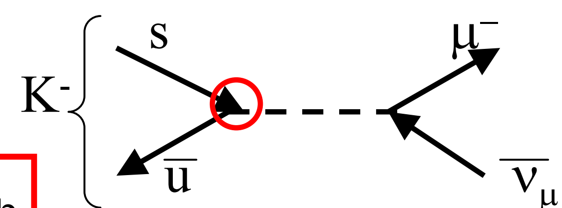
Lo spazio delle fasi $R_2 = \frac{m_\pi^2 - m_l^2}{2m_\pi^2}\pi$ $\left(R_2 = \int \frac{d\vec{p}_2}{2E_2(2\pi)^3}\frac{d\vec{p}_3}{2E_3(2\pi)^3}\right)$ avrebbe favorito l'elettrone: $\frac{R_2^e}{R_2^\mu} = \frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} = 2.3$

L'abbattimento del decadimento elettronico viene dall'elemento di matrice:



L'antineutrino è autostato dell'elicità (+1) e l'elettrone è "costretto" ad avere l'elicità "sbagliata" (+1) la cui probabilità è $P(\lambda = +1) = 1 - \beta_{e^-} = \frac{2m_e^2}{m_\pi^2 + m_e^2}$ sfavorito rispetto al muone:

Analogamente per il decadimento: $K^- \to \mu^-\overline{\nu}_\mu$



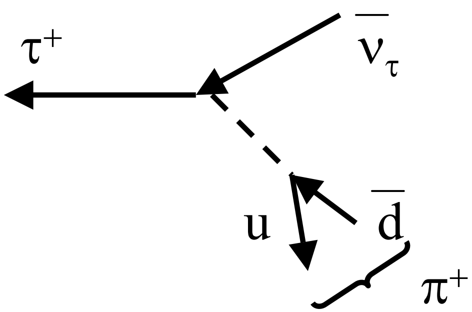
$$\boxed{\Rightarrow \Gamma_K = \frac{G^2\sin^2\theta_C f_K^2}{8\pi}\frac{1}{m_K^3}m_\mu^2\left[m_K^2 - m_\mu^2\right]^2}$$

Torniamo al decadimento del π: $\Gamma_\pi = \frac{G^2 \cos^2\theta_C}{8\pi} \frac{1}{m_\pi} m_\mu^2 \left[m_\pi^2 - m_\mu^2\right]^2 \quad (f_\pi = m_\pi \cos\theta_C)$

Simmetria di crossing $\mu^+ \to \pi^+ \overline{\nu}_\mu$ Vietata però dallo spazio delle fasi.

Ma per il τ (m_τ ~ 1.800 GeV) è possibile: $\tau^+ \to \pi^+ \overline{\nu}_\tau$

Nella Γ_π invertiamo la massa del pione con quella del leptone:



$$\Gamma(\tau^+ \to \pi^+ \overline{\nu}_\tau) = \frac{G^2 \cos^2\theta_C}{8\pi} \frac{1}{m_\tau} m_\pi^2 \left[m_\tau^2 - m_\pi^2\right]^2$$

Attenzione: devo fare anche la media sugli spin iniziali: $\Gamma_\tau \to \frac{1}{2}\Gamma_\tau = 2.8 \cdot 10^{-13}\, GeV$

Ma $\tau^+ \to \pi^+ \overline{\nu}_\mu$ è solo uno dei canali di decadimento possibili (B.R. 11%)

$$(\tau \to e\nu\nu, \tau \to \mu\nu\nu, \tau \to \rho\nu, \tau \to \pi\pi\pi\nu, \ldots)$$

$$\Gamma_{tot} = \frac{\Gamma_\pi}{B.R.} = 2.5 \cdot 10^{-12}\, GeV \Rightarrow \tau_\tau = \frac{1}{\Gamma_{tot}} = 6.57 \cdot 10^{-25} \cdot 0.4 \cdot 10^{-12} = 2.7 \cdot 10^{-13}\, s$$

$$sperimentale\ \tau_\tau = 2.9 \cdot 10^{-13}\, s$$

Matrice di Cabibbo Kobayashi Maskawa (CKM)

1973: generalizzazione della teoria di Cabibbo con 3 doppietti di quark: almeno 3 generazioni sono necessarie per introdurre la violazione di CP.

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{vmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

La matrice V ha 9 elementi complessi: 18 numeri: ma è unitaria:

$$V^{+}_{\alpha\beta} V_{\beta\alpha} = \delta_{\alpha\beta} \text{ (9 equazioni)} \Rightarrow 9 \text{ elementi}$$

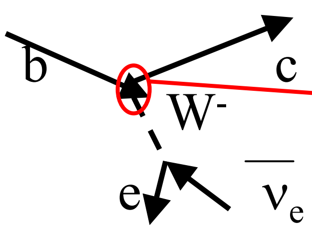
Fase arbitraria per ciascun campo: 9-3×2=3, ma V è invariata per una fase comune: 3+1= **4 elementi indipendenti**

Forma canonica (Kobayashi Maskawa) (tre angoli θ_1, $\theta_{2,}$, θ_3, + fattore di fase δ)

$$V = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 c_1 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 c_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{bmatrix}$$

$$c_i = \cos\theta_i$$
$$s_i = \sin\theta_i$$

N.B. La V non è predicibile ma i suoi elementi sono estraibili dai dati sperimentali:



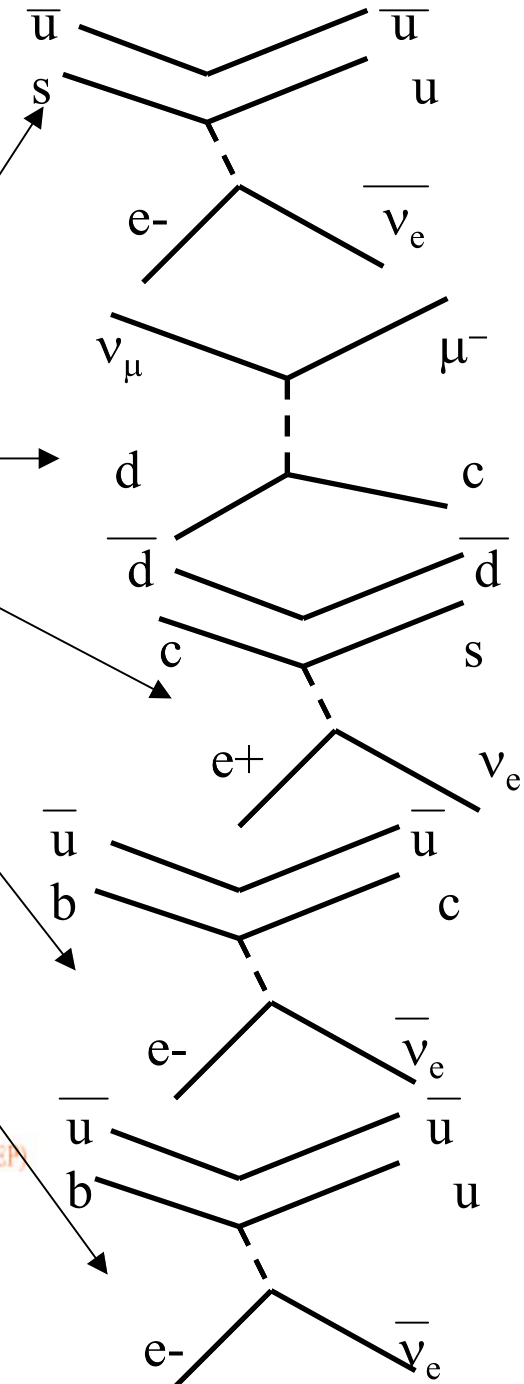
$\mathbf{V_{cb}}$

$$\Gamma(b \to c e^- \overline{\nu}_e) = \frac{G^2 m_b^5}{192\pi} \left| V_{cb} \right|^2 F(m_c / m_b)$$

$F(m_c/m_b)$ è un fattore di spazio delle fasi (=1 nel caso si trascurino le masse finali)

V_{ij} DETERMINATIONS

CKM entry	Value	Source
$\lvert V_{ud}\rvert$	0.9740 ± 0.0005 0.9731 ± 0.0015 0.9739 ± 0.0005	Nuclear β decay $n\to pe^-\bar{\nu}_e$
$\lvert V_{us}\rvert$	0.2196 ± 0.0026	$K\to\pi e^-\bar{\nu}_e$
$\lvert V_{cd}\rvert$	0.224 ± 0.016	$\nu d\to cX$
$\lvert V_{cs}\rvert$	1.04 ± 0.16 0.97 ± 0.11	$D\to\bar{K}e^+\nu_e$ $W^+\to c\bar{s}$
$\lvert V_{cb}\rvert$	0.0421 ± 0.0021 0.0414 ± 0.0011 0.0416 ± 0.0020	$B\to D^*l\bar{\nu}_l$ $b\to cl\bar{\nu}_l$
$\lvert V_{ub}\rvert$	0.0033 ± 0.0005 0.0041 ± 0.0006 0.0036 ± 0.0005	$B\to\rho l\bar{\nu}_l$ $b\to ul\bar{\nu}_l$
$\lvert V_{tb}\rvert/\sqrt{\sum_q\lvert V_{tq}\rvert^2}$	$0.97^{+0.16}_{-0.12}$	$t\to bW/qW$



$$|V_{ud}|^2+|V_{us}|^2+|V_{ub}|^2 = 0.9967\pm0.0021$$

$$\sum_j\left(|V_{uj}|^2+|V_{cj}|^2\right) = 2.039\pm0.025 \quad \text{(LEP)}$$

Valori sperimentali

$$V_{CKM} = \begin{vmatrix} V_{ud} = 0.975 & V_{us} = 0.221 & V_{ub} = 0.005 \\ V_{cd} = 0.221 & V_{cs} = 0.974 & V_{cb} = 0.04 \\ V_{td} = 0.01 & V_{ts} = 0.041 & V_{tb} = 0.999 \end{vmatrix}$$

L'unitarietà connette valori differenti,es.

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1$$

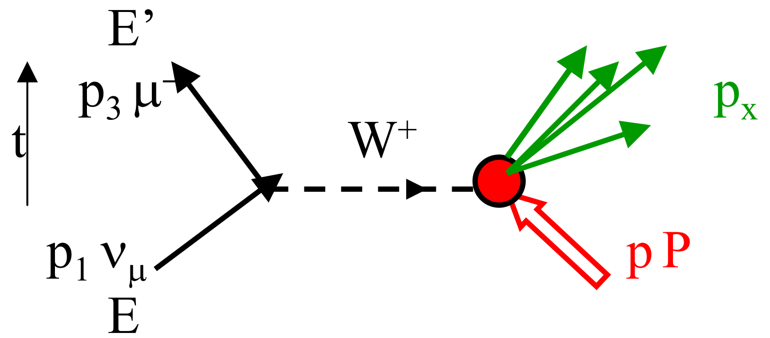
La matrice è quasi diagonale;
Gli elementi fuori diagonale delle III riga e della III colonna sono molto piccoli: la III generazione (t,b) è quasi disaccoppiata quindi la vita media dei b è "lunga" ($\sim 10^{-12}$ s) a dispetto del grande spazio delle fasi disponibile (m_b^5).

Ci sono altre generazioni di doppietti di quark?

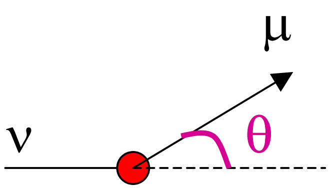
Generalizzazione a n generazioni: $\frac{n(n-1)}{2}$ angoli ; $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ fasi.

Ma abbiamo buone ragioni per pensare che ci siano solo 3 generazioni...

I neutrini per studiare la struttura della materia



$\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X$ Misura inclusive: si somma su tutti gli stati X, ancora, come nel DIS da elettrone, due variabili indipendenti. (Griffiths)



$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{G^2E'^2}{2\pi^2}\left\{\underbrace{2W_1\sin^2\frac{\theta}{2} + W_2\cos^2\frac{\theta}{2}}_{\text{Come nello scattering eN}} + \underbrace{\frac{E+E'}{M}\sin^2\frac{\theta}{2}W_3}_{\text{Compare il termine } W_3 \text{ come conseguenza del termine assiale nella corrente (V-A)}}\right\}$$

$$\text{e N : } \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

Le funzioni di struttura W_1, W_2, W_3 sono funzioni di due variabili cinematiche indipendenti ad es.(Q^2,ν). Anche in questo caso, se l'interazione di neutrini è con i componenti elementari del nucleone (i quark) vale lo scaling di Bjorken:

$$MW_1(Q^2,\nu) \rightarrow F_1(x);$$

$$\nu W_2(Q^2,\nu) \rightarrow F_2(x) \text{ e } F_2 = 2xF_1;$$

$$\nu W_3(Q^2,\nu) \rightarrow F_3(x)$$

$$x = \frac{-q^2}{2q\cdot p} \xrightarrow{LAB} \frac{-q^2}{2M(E-E')}$$

$$y = \frac{q\cdot p_2}{p_1\cdot p_2} \xrightarrow{LAB} \frac{E-E'}{E}$$

$$\frac{d\sigma}{dxdy}=\frac{G^2 s}{2\pi}\left\{F_2\frac{1+(1-y)^2}{2}+xF_3\frac{1-(1-y)^2}{2}\right\}$$

Per un $\overline{\nu}$ incidente (invece di un ν) $F_3 \to -F_3$ $(\gamma_5 \to -\gamma_5)$: *proiettore* destrorso $\dfrac{(1+\gamma_5)}{2}$

Un po' di cinematica:

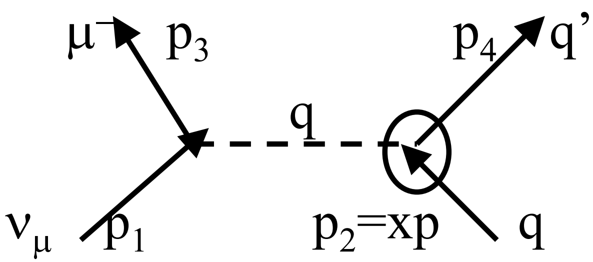
interazione neutrino-quark:

$\hat{t},\hat{s}$ *variabili di Mandelstam nel c.m. (ν q)*

$\hat{\theta}$ *angolo di scattering nel c.m. (ν q)*

$$y=\frac{\nu}{E}=\frac{2M\nu}{2ME}=\frac{2M\nu}{s}=\frac{Q^2}{xs}=\frac{-(p_1-p_3)^2}{xs}=-\frac{\hat{t}}{\hat{s}}$$

$$\xrightarrow{c.m.}\frac{\hat{s}(1-\cos\hat{\theta})}{2\hat{s}}=\frac{(1-\cos\hat{\theta})}{2}=\sin^2\frac{\hat{\theta}}{2}$$



$$\hat{s}=(xp+p_1)^2\approx x2p_1p=xs \text{ (trascurando le masse)}$$

Torniamo a: $\nu_\mu + e^- \to \mu^- + \nu_e$ o anche $\nu_\mu + d \to \mu^- + u$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=(c.m.)=\frac{1}{2}\left[\frac{g_W^2 E}{4\pi M_W^2}\right]^2=\frac{G^2(2E)^2}{4\pi^2}=\frac{G^2 s}{4\pi^2}$$

$$\frac{d\sigma}{dy}=2\frac{d\sigma}{d\cos\hat{\theta}}=4\pi\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{1}{\pi}G^2 s \text{ (uniforme in y)}$$

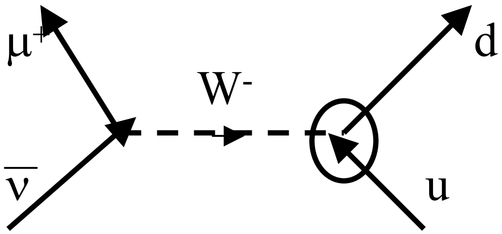
Andiamo nel laboratorio dove s=2ME:

$$\boxed{\frac{d\sigma}{dy}=\frac{2}{\pi}G^2 ME=\frac{G^2 s}{\pi}\text{ (uniforme in y)}}$$

N.B. Sono passato dal c.m. al lab. conservando la uniformita in y perchè y è invariante di Lorentz;

Non è vero per dσ/dΩ

Nel caso di scattering di antineutrino: $\overline{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \mu^+ + \nu_e$ o anche: $\overline{\nu}_\mu + u \rightarrow \mu^+ + d$

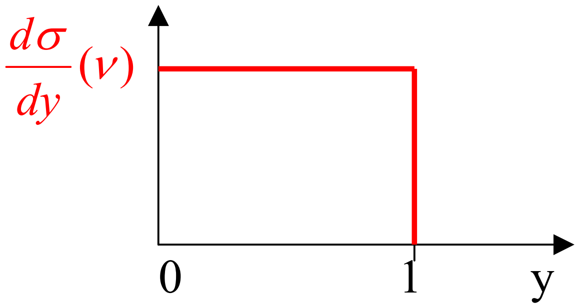


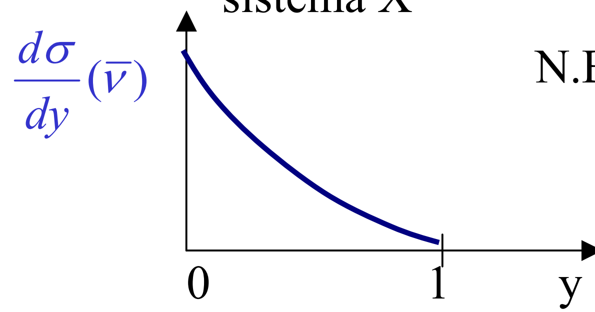
$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\overline{\nu}) = \frac{G^2}{4\pi^2}\frac{s}{2}(1+\cos\theta)^2 = \frac{G^2}{4\pi^2}\frac{u^2}{s}$$

$$u = -\frac{s}{2}(1+\cos\theta) = -s(1-y), d\cos\theta = -2dy$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{d\sigma}{dy}\Big|^{\overline{\nu}} = \frac{1}{\pi}G^2 s(1-y)^2}$$

y è l'energia (frazionaria ripetto a quella incidente) presa dal sistema X



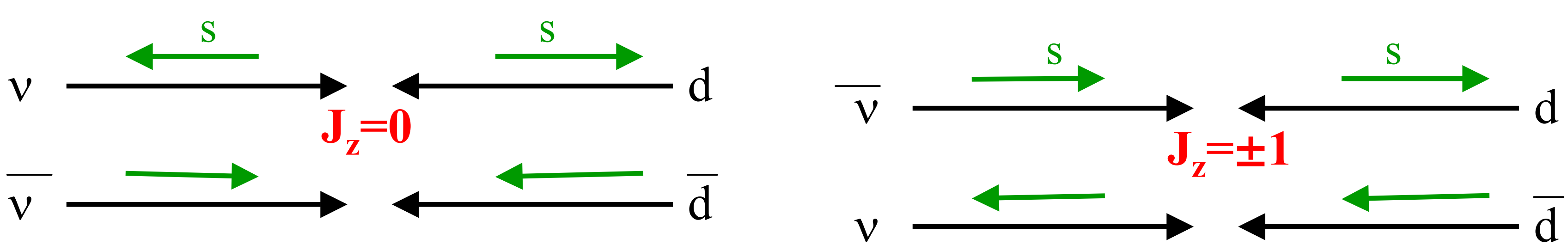


N.B. y=1

$\Rightarrow \cos\widehat{\theta} = -1$:

back scattering

Perchè questa differenza nella distribuzione angolare (y)? Andiamo nel c.m.:



Nel caso di antineutrino-quark o neutrino-antiquark uno scattering a 180° è impossibile per la conservazione del momento angolare

$$\Rightarrow \sigma(\nu q) = \sigma(\overline{\nu}\overline{q}) = 3\sigma(\overline{\nu}q) = 3\sigma(\nu\overline{q})$$

Interazioni neutrini-quark $\quad s \rightarrow \widehat{s} = xs$

Processo elementare	$\dfrac{d\sigma}{dy} \Big/ \dfrac{G^2 xs}{\pi}$	$\sigma \Big/ \dfrac{G^2 xs}{\pi}$	
$\nu_\mu d \rightarrow u\mu^-, \overline{\nu}_\mu \overline{d} \rightarrow \overline{u}\mu^+$	$\cos^2\theta_C$	$\cos^2\theta_C$	
$\nu_\mu s \rightarrow u\mu^-, \overline{\nu}_\mu \overline{s} \rightarrow \overline{u}\mu^+$	$\sin^2\theta_C$	$\sin^2\theta_C$	
$\nu_\mu \overline{u} \rightarrow \overline{d}\mu^-, \overline{\nu}_\mu u \rightarrow d\mu^+$	$(1 - y)^2 \cos^2\theta_C$	$1/3\ \cos^2\theta_C$	
$\nu_\mu \overline{u} \rightarrow \overline{s}\mu^-, \overline{\nu}_\mu u \rightarrow s\mu^+$	$(1 - y)^2 \sin^2\theta_C$	$1/3\ \sin^2\theta_C$	
$\nu_\mu u \rightarrow d\mu^+, \overline{\nu}_\mu \overline{u} \rightarrow \overline{d}\mu^-$	0	0	Numero leptonico
$\nu_\mu u \rightarrow s\mu^+, \overline{\nu}_\mu \overline{u} \rightarrow \overline{s}\mu^-$	0	0	
$\nu_\mu u \rightarrow d\mu^-, \overline{\nu}_\mu \overline{u} \rightarrow \overline{d}\mu^+$	0	0	Carica elettrica
$\nu_\mu u \rightarrow s\mu^-, \overline{\nu}_\mu \overline{u} \rightarrow \overline{s}\mu^+$	0	0	

Lo scattering di neutrino su nucleone può essere scritto come sovrapposizione **incoerente** di scattering su quark e antiquark pesato con la sezione d'urto e la densità di quark e antiquark .

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{2G^2ME}{\pi}\left\{xQ(x) + x\overline{Q}(x)(1-y)^2\right\}(\cos\theta_C = 1, \quad 2MEx = \hat{s})$$

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{G^2 2ME}{2\pi}\left\{(F_2(x) + xF_3(x)) + (F_2(x) - xF_3(x))(1-y)^2\right\}$$

Per cui

$$F_2^{\nu N}(x) = 2x\left[Q(x) + \overline{Q}(x)\right]$$
$$xF_3^{\nu N}(x) = 2x\left[Q(x) - \overline{Q}(x)\right]$$

Separando tra neutroni e protoni e assumendo $d^n(x) = u(x), u^n(x) = d(x)$

$$F_2^{\nu p}(x) = 2x\left[d(x) + \overline{u}(x)\right]$$
$$F_2^{\nu n}(x) = 2x\left[u(x) + \overline{d}(x)\right]$$
$$F_3^{\nu p}(x) = 2\left[d(x) - \overline{u}(x)\right]$$
$$F_3^{\nu n}(x) = 2\left[u(x) - \overline{d}(x)\right]$$

$\Longrightarrow$Le funzioni di struttura di neutrino sono
$\Longrightarrow$sensibili al contenuto di antiquark di protone
$\Longrightarrow$e neutrone

Se il protone è (uud) l'eccesso di u rispetto a antiu è 2 e quello di d rispetto a antid è 1:

$$\int_0^1 dx\left[u(x) - \overline{u}(x)\right] = 2; \int_0^1 dx\left[d(x) - \overline{d}(x)\right] = 1$$

Su targhetta isoscalare:

$$3 = \int_0^1 dx\left[u(x) + d(x) - \bar{u}(x) - \bar{d}(x)\right] = \frac{1}{2}\int_0^1 dx\left[F_3^{\nu p} + F_3^{\nu n}\right] = \int_0^1 dx F_3^{\nu N}$$

Regola di somma di Gross-Llewellyn Smith; sperim. $= 3.2 \pm 0.5$

Nel caso elettromagnetico: ($F_2(x) = x\sum_i Q_i^2 f_i(x)$):

$$F_2^{eN} = \frac{1}{2}(F_2^{ep} + F_2^{en}) = \frac{1}{2}x\left\{\frac{4}{9}\left[u(x)+\bar{u}(x)\right] + \frac{1}{9}\left[d(x)+\bar{d}(x)+s(x)+\bar{s}(x)\right] + \frac{4}{9}\left[d(x)+\bar{d}(x)\right] + \frac{1}{9}\left[u(x)+\bar{u}(x)+s(x)+\bar{s}(x)\right]\right\} =$$

$$= \frac{5}{18}x(u+\bar{u}+d+\bar{d}) + \frac{1}{9}x(s+\bar{s})$$

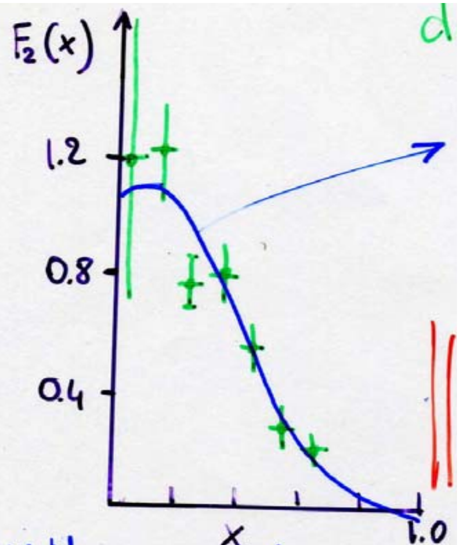
Nel caso di interazioni di neutrino:

$$F_2^{\nu N} = \frac{1}{2}\left[F_2^{\nu p} + F_2^{\nu n}\right] = x(u+d+\bar{u}+\bar{d})$$

Trascurando il contributo degli s, su targhetta isoscalare
Sensibile alla carica elettrica dei quark.

$$\boxed{\frac{F_2^{\nu N}}{F_2^{eN}} = \frac{18}{5}}$$

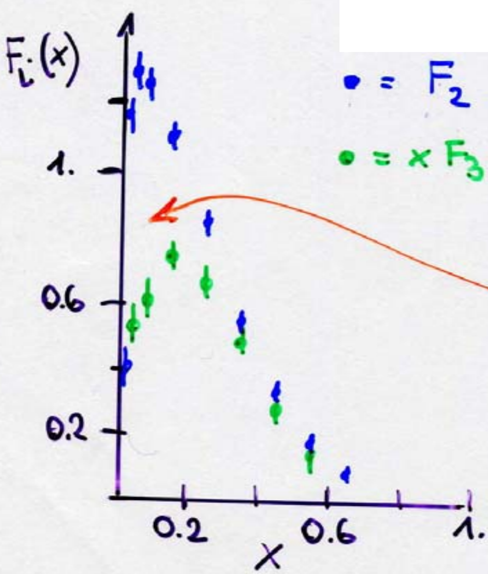
Dati sperimentali $F_2^{\nu N}$



Dati sperimentali F_2^{eN} dopo il fit e scalati di 18/15

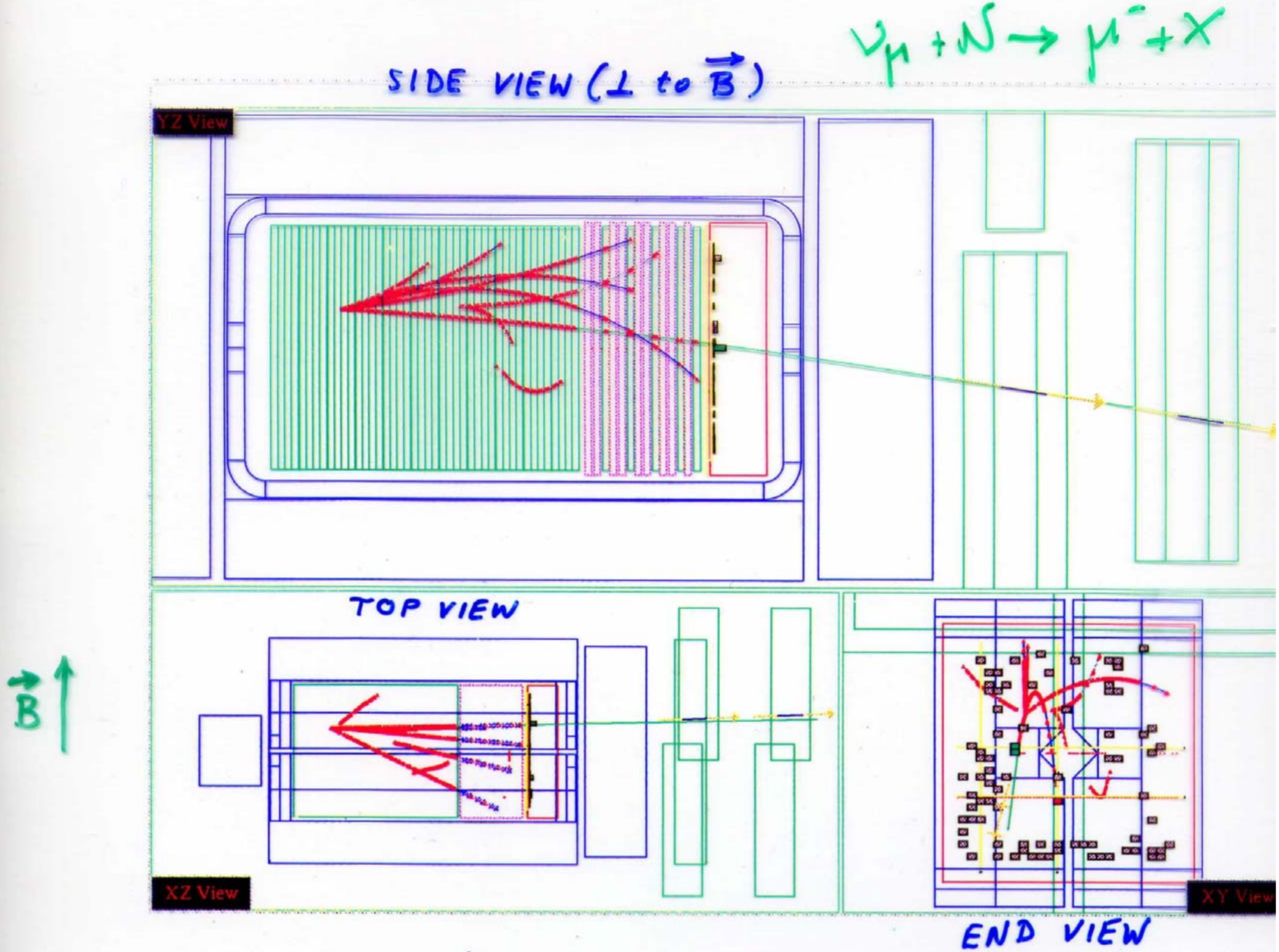
E' corretta l'assegnazione della carica elettrica dei quark

$\left(F_2^{\nu N} - xF_3^{\nu N}\right)$ *estrae le distribuzioni di* $x\bar{q}(x) : x(\bar{u}(x), \bar{d}(x))$



$30 < E_\nu < 200$ GeV

La distribuzione dei quark di mare xq(x) è concentrata a piccoli x


$\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$
SIDE VIEW ($\perp$ to $\vec{B}$)
YZ View
TOP VIEW
XZ View
$\vec{B}$
END VIEW
XY View

ν_μ da $\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$, $K^+ \to \mu^+ \nu_\mu$

ν_e da K_{e3}:

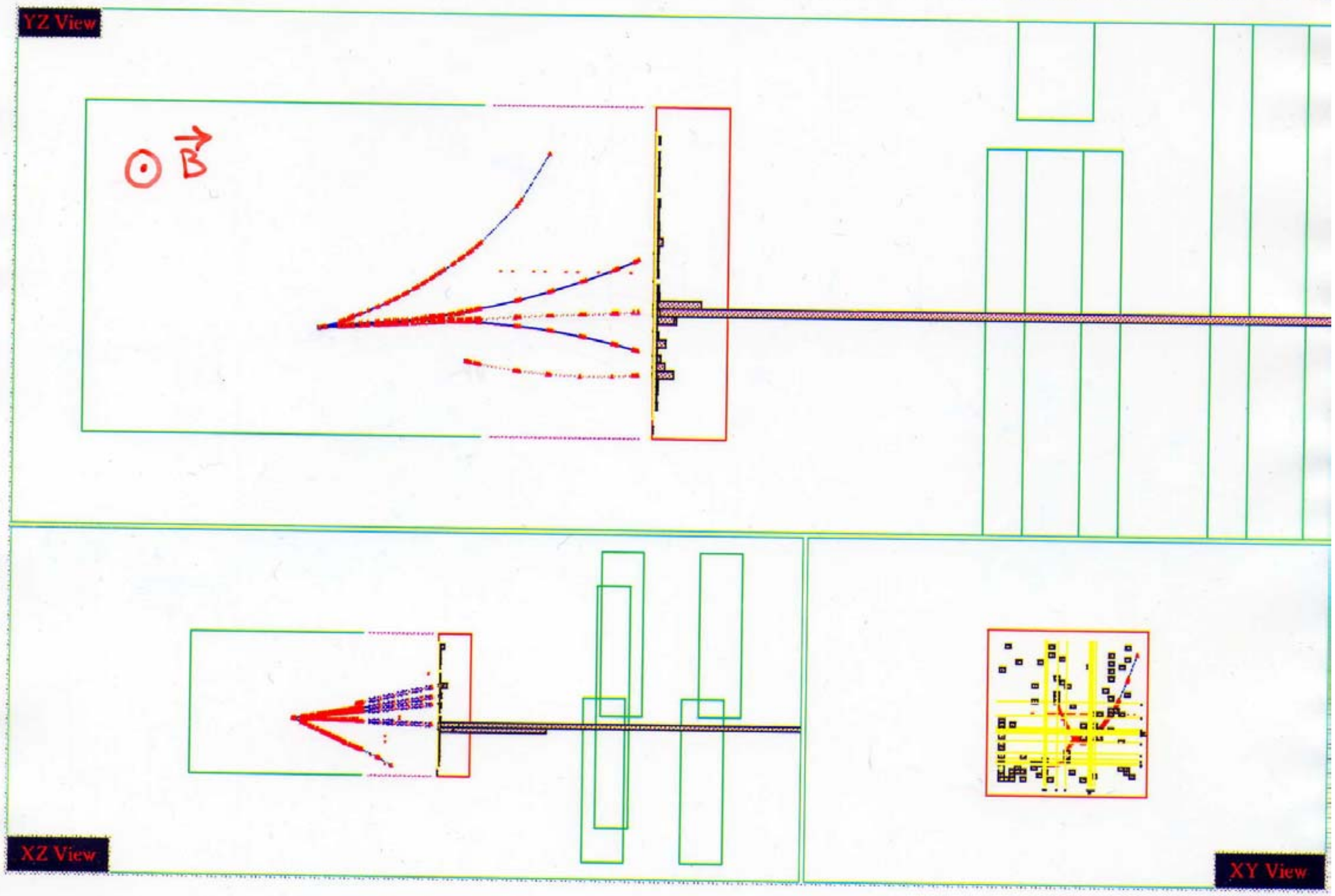
$$\begin{cases} K^+ \to \pi^0 e^+ \bar{\nu}_e \\ K^- \to \pi^0 e^- \nu_e \end{cases}$$

NOMAD

ν_e CC interaction

$\nu_e + N \to e^- + X$

$E_{\nu_e} \sim 30$ GeV



Interazioni DIS di antineutrini

Nel caso di interazioni $\overline{\nu}$ N, $F_3 \rightarrow -F_3$ $(1-\gamma_5)$

$$\frac{d\sigma}{dxdy}(\overline{\nu}N) = \frac{G^2 2ME}{2\pi}\left\{(F_2(x) - xF_3(x)) + (F_2(x) + xF_3(x))(1-y)^2\right\}$$

Ora la distribuzione in y è piatta sugli antiquark e va come $(1-y)^2$ sui quark:

$$\frac{d\sigma}{dxdy}(\overline{\nu}N) = \frac{2G^2 ME}{\pi}\left\{x\overline{Q}(x) + xQ(x)(1-y)^2\right\}$$

Da cui ancora:

$$F_2^{\overline{\nu}N}(x) = 2x\left[\overline{Q}(x) + Q(x)\right] \text{se N = p}$$

$$xF_3^{\overline{\nu}p}(x) = 2x\left[\overline{d}(x) + u(x)\right]$$

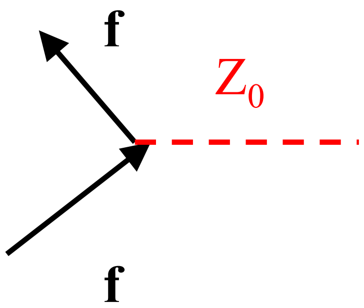
Allora:

$$I_A \equiv \int_0^1 \frac{F_2^{\overline{\nu}p} - F_2^{\nu p}}{x}dx = 2\int\left\{\left[\overline{d}(x) - d(x)\right] + \left[u(x) - \overline{u}(x)\right]\right\}dx = 2$$

Regola di somma di Adler: sperimentalmente I_A=2.202±0.4

N.B. La misura è difficile: su targhetta isoscalare (o approssimata) $I_A \sim 0$

Correnti deboli neutre



Mediatore un bosone massivo neutro: Z_0

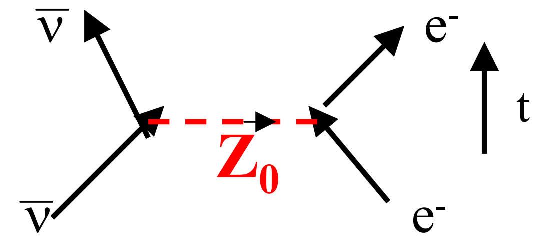
Il fermione iniziale è eguale a quello finale:

$\mu^- \nrightarrow e^- Z_0$; $s \nrightarrow d\, Z_0$

1973: eventi:

$\bar{\nu}_\mu e \to \bar{\nu}_\mu e$ evento con un elettrone singolo

$\bar{\nu}_\mu N \to \bar{\nu}_\mu N;\ \nu_\mu N \to \nu_\mu N$ con adroni



Le sezioni d'urto per processi deboli neutri sono circa 1/3 di quelli equivalenti di corrente carica e esiste anche un'ulteriore complicazione la corrente non è pura (V-A) ($\gamma_\mu(1-\gamma_5)$):

$$-i\frac{g_Z}{2}\gamma_\mu\left[C_V^f - C_A^f\gamma_5\right]$$

Con i coefficienti C_V e C_A che dipendono dal tipo f di fermione in gioco

Occorre un modello elettrodebole unificato (GWS): si introduce un nuovo paraametro: θ_W che lega g_W,g_Z e e:

$$g_e = e;\ g_W = \frac{g_e}{\sin\theta_W};\ g_Z = \frac{g_e}{\sin\theta_W\cos\theta_W}$$

I leptoni e i quark sono organizzati in doppietti di isospin debole (T,T_3):

$$\begin{array}{l} T_3 = 1/2 \\ T_3 = -1/2 \end{array} \qquad \begin{bmatrix}\nu_e \\ e\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\nu_\mu \\ \mu\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\nu_\tau \\ \tau\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}u \\ d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}c \\ s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}t \\ b\end{bmatrix}$$

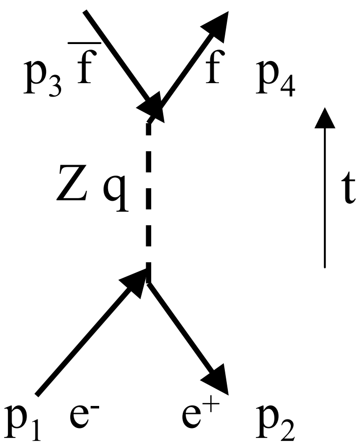
$$C_V^i = T_3 - 2q_i \sin^2\theta_W; ex: C_V^\nu = \frac{1}{2},\quad C_V^{e^-} = -\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W;\quad C_V^u = -\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W,\quad C_V^d = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W$$

$$C_A^i = T_3^i;\ \text{ex.}\ C_A^\nu = C_A^u = \frac{1}{2};\quad C_A^e = C_A^d = -\frac{1}{2}$$

Anche M_W e M_Z sono connesse: $M_W = M_Z \cos\theta_W;\quad g_W^2 = \frac{e^2}{\sin^2\theta_W} = \frac{4\pi\alpha}{\sin^2\theta_W},\quad \frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2} \Rightarrow$

$$\boxed{\Rightarrow M_W = \left[\frac{\pi\alpha}{G_F \sin^2\theta_W \sqrt{2}}\right]^{1/2} \approx 80\ \text{GeV}}$$

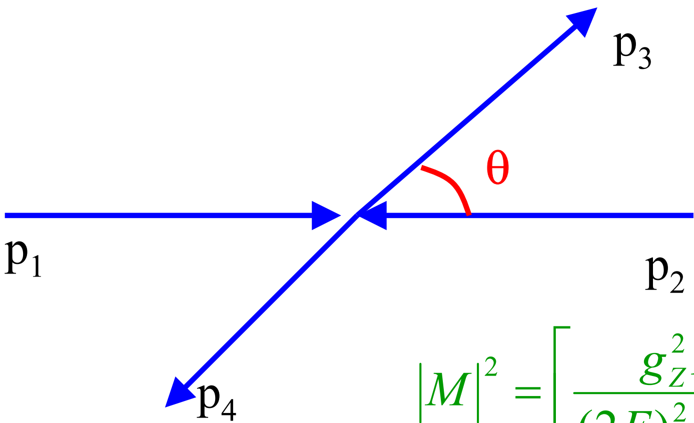
Produciamo lo Z : $e^+e^- \to Z \to f\bar{f};\ q\bar{q} \to Z \to f\bar{f}$ *(in interazioni adroniche)*



$$M = \frac{-g_Z}{4(q^2 - M_Z^2)} \left[\bar{u}(4)\gamma^\mu (C_V^f - C_A^f \gamma^5) v(3)\right]$$

$$\left[g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M_Z^2}\right] \quad \left[\bar{v}(2)\gamma^\nu (C_V^e - C_A^e \gamma^5) u(1)\right]$$

$$|M|^2=\frac{1}{2}\left[\frac{g_Z^2}{q^2-M_Z^2}\right]^2\overbrace{\begin{Bmatrix}(C_V^{f2}+C_A^{f2})(C_V^{e2}+C_A^{e2})\cdot\left[(p_1\cdot p_3)(p_2\cdot p_4)+(p_1\cdot p_4)(p_2\cdot p_3)\right]+\\ 4C_V^fC_A^fC_V^eC_A^e\left[(p_1\cdot p_3)(p_2\cdot p_4)-(p_1\cdot p_4)(p_2\cdot p_3)\right]\end{Bmatrix}}^{\text{Come in } e^+e^-\to\gamma\to\mu^+\mu^-}$$



$$p_1=[E,\vec{p}_1],\ p_2=[E,-\vec{p}_1],\ p_3=[E,\vec{p}_3],\ p_4=[E,-\vec{p}_3]$$

$$q^2=[2E]^2$$

Trascurando le masse:

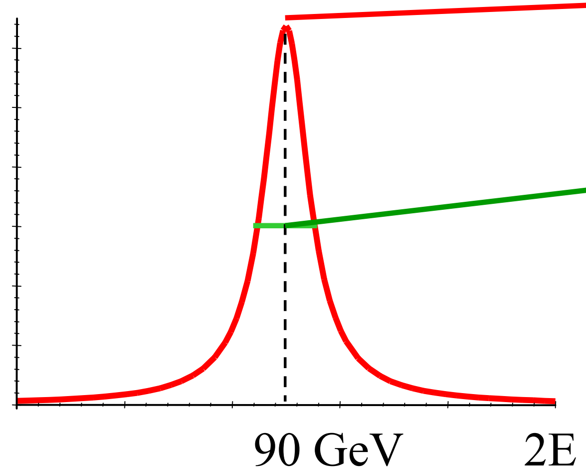
$$|M|^2=\left[\frac{g_Z^2E^2}{(2E)^2-M_Z^2}\right]^2\{(C_V^{f2}+C_A^{f2})\cdot(C_V^{e2}+C_A^{e2})(1+\cos^2\theta)-$$
$$-8C_V^fC_A^fC_V^eC_A^e\cos\theta\}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{1}{8\pi}\right)^2\frac{|M|^2}{(E_1+E_2)^2}\frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|}=\frac{g_Z^4E^2}{16\pi\left[(2E)^2-M_Z^2\right]^2+(M_Z\Gamma_z)^2}\{(C_V^{f2}+C_A^{f2})\cdot(C_V^{e2}+C_A^{e2})(1+\cos^2\theta)-$$
$$-8C_V^fC_A^fC_V^eC_A^e\cos\theta\}$$

Propagatore particella instabile: Γ_Z

$$\sigma=\int_{-1}^{1}\frac{d\sigma}{d\Omega}d\cos\theta=\frac{g_Z^4E^2(C_V^{f2}+C_A^{f2})(C_V^{e2}+C_A^{e2})}{48\pi\left[(2E)^2-M_Z^2\right]^2+(M_Z\Gamma_z)^2}$$

$\sigma(e^+e^- \to Z \to \mu^+ \mu^-)$

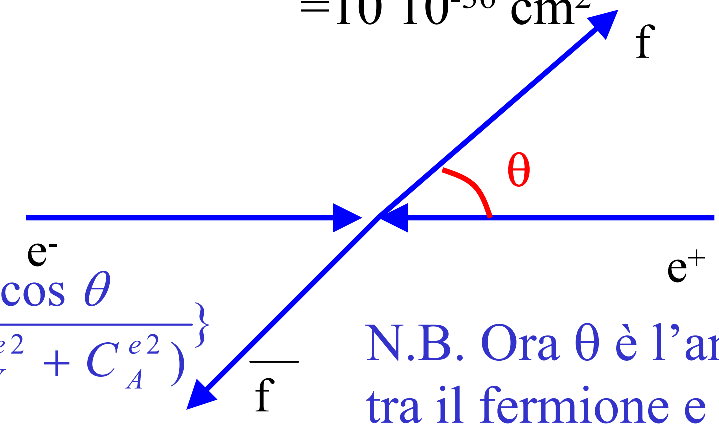


$\sigma(\text{picco}) = 1.7\ 10^{-33}\ \text{cm}^2$

$\Gamma_Z \sim 2.5$ GeV

N.B. $\sigma(e^+e^- \to \gamma \to \mu^+ \mu^-) = 4/3\ \alpha^2/s = (s=(90\ \text{GeV})^2) =$
$= 10\ 10^{-36}\ \text{cm}^2$

Distribuzione angolare in $e^+e^- \to Z \to \mu^+ \mu^-$



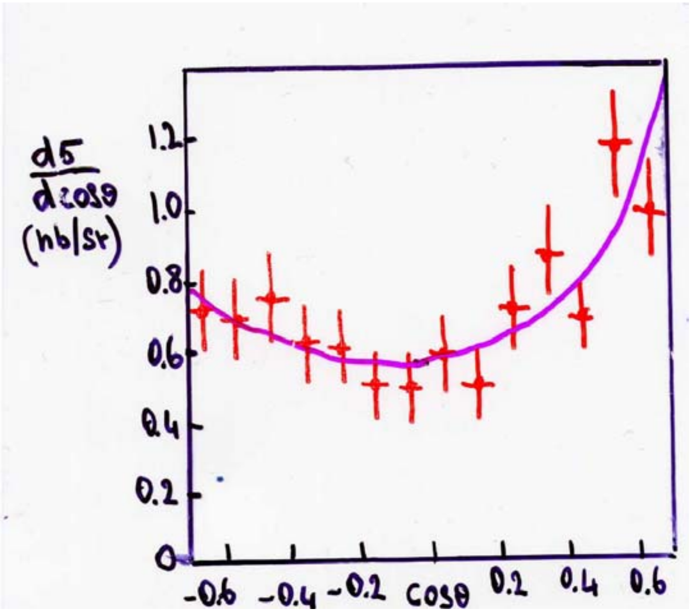
N.B. Ora θ è l'angolo tra il fermione e e^-

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = K\left\{(1+\cos^2\theta) + \frac{8 C_V^f C_A^f C_V^e C_A^e \cos\theta}{(C_V^{f\,2} + C_A^{f\,2})\cdot(C_V^{e\,2} + C_A^{e\,2})}\right\}$$

$$\textit{definiamo}: A_e = \frac{2C_V^e C_A^e}{\left[C_V^{e2} + C_A^{e2}\right]}; A_f = \frac{2C_V^f C_A^f}{\left[C_V^{f2} + C_A^{f2}\right]}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = K\left\{1 + \cos^2\theta + 2A_e A_f \cos\theta\right\}$$

$$A_{FB} = \frac{\int_0^1 \frac{d\sigma}{d\Omega} - \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\Omega}}{\int_0^1 \frac{d\sigma}{d\Omega} + \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\Omega}} = \frac{3}{4} A_e A_f$$



Dati LEP: $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$

$$C_V^e = C_V^\mu = -\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W, se \sin^2\theta_W = 0.23 \Rightarrow C_V^e = -0.04 \text{ (piccolo)} \Rightarrow$$

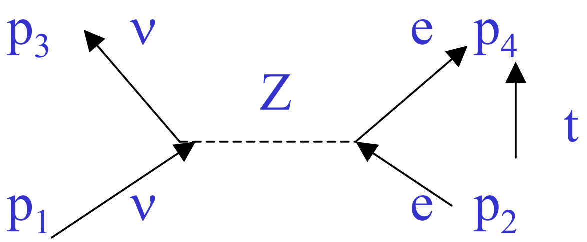
$$A_{FB}^{misurato} = (2.52 \pm 0.06)\%$$

$$\Rightarrow C_A = -0.51 \pm 0.002; C_V = -0.045 \pm 0.006 \text{ (media LEP)}$$

Converebbe usare i quark d,s, b: $A_{FB}{}^b \sim 12\ \%$.

$$C_V^b = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W, C_A^b = -\frac{1}{2}$$

Scattering elastico $\nu_\mu e^- \to \nu_\mu e^-$



Stessa ampiezza dell'annichilazione $e^+e^- \to f\bar{f}$
con $p_2 \Leftrightarrow - p_3$ e $C_A^l=1/2$, $C_V^l=1/2$ ($l=\nu$)

$$|M|^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{g_Z^2}{M_Z^2}\right]^2 \left\{ \begin{aligned} &(C_V^2 + C_A^2)\cdot\left[(p_1\cdot p_2)(p_3\cdot p_4) + (p_1\cdot p_4)(p_2\cdot p_3)\right] + \\ &+ C_V C_A\left[(p_1\cdot p_2)(p_3\cdot p_4) - (p_1\cdot p_4)(p_2\cdot p_3)\right] \end{aligned} \right\}$$

Propagatore semplificato

$$|M|^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{g_Z^2}{M_Z^2}\right]^2 \left\{(C_V + C_A)^2\cdot(p_1\cdot p_2)(p_3\cdot p_4) + (C_V - C_A)^2 (p_1\cdot p_4)(p_2\cdot p_3)\right\}$$

Andiamo nel c.m. $\quad p_1 = \left[E, \vec{p}_1\right], p_2 = \left[E, -\vec{p}_1\right], p_3 = \left[E, \vec{p}_3\right], p_4 = \left[E, -\vec{p}_3\right]$

$$(p_1\cdot p_2)(p_3\cdot p_4) = 2E^2 2E^2 \qquad (p_1\cdot p_4)(p_3\cdot p_2) = E^4(1+\cos\theta)^2 = 4E^4\cos^4\frac{\theta}{2}$$

θ angolo tra i due ν

$$|M|^2 = 2\left[\frac{g_Z^2 E^2}{M_Z^2}\right]^2 \left\{(C_V + C_A)^2 + (C_V - C_A)^2\cos^4\frac{\theta}{2}\right\}$$

$$E_1 = E_2 = E = \left|\vec{p}_f\right| = \left|\vec{p}_i\right|$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi}\right)^2 \frac{|M|^2}{(E_1+E_2)^2}\frac{\left|\vec{p}_f\right|}{\left|\vec{p}_i\right|} = \frac{2g_Z^4 E^2}{\pi^2\left[4M_Z\right]^4}\left[(C_V + C_A)^2 + (C_V - C_A)^2\cos^4\frac{\theta}{2}\right]$$

Nel caso di $\nu_\mu e^- \to \mu^- \nu_e$ corrente carica era indipendente da θ

$$\sigma_{el}^{ve} = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{g_Z}{2M_Z}\right)^4 E^2 (C_V^2 + C_A^2 + C_V C_A)$$

$$se: C_V^e = -\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W, C_A^e = -\frac{1}{2} \qquad \sigma_{el}^{ve} = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{g_Z}{2M_Z}\right)^4 E^2 (3/4 - 2\sin^2\theta_W + 4\sin^4\theta_W)$$

Da paragonare a $$\sigma(\nu_\mu e \to \mu^- \nu_e) = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{g_W}{M_W}\right)^4 E^2$$

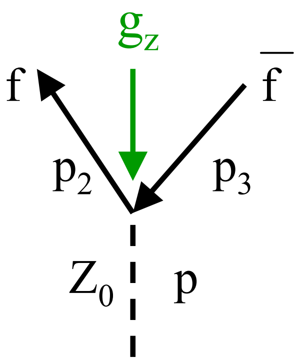
$$con \quad g_Z = \frac{g_W}{\cos\theta_W}; M_Z = \frac{M_W}{\cos\theta_W} \qquad \boxed{\frac{\sigma(ve \to ve)}{\sigma(ve \to \mu\nu_e)} = \frac{1}{4} - \sin^2\theta_W + \frac{4}{3}\sin^4\theta_W}$$

Sensibile all'angolo di Weinberg: se $\sin^2\theta_W = 0.23$

$$\boxed{\frac{\sigma(ve \to ve)}{\sigma(ve \to \mu\nu_e)} \equiv \frac{\sigma^{NC}}{\sigma^{CC}} = 0.09}$$ In accordo con i dati sperimentali

Esercizio: se l'interazione è su nucleoni (quark) quanto vale $\dfrac{\sigma^{NC}}{\sigma^{CC}}$?

Larghezze parziali dei bosoni W,Z



$$M = \frac{-ig_Z}{2}\varepsilon^{\mu}\left[\overline{u}(p_2)\gamma_{\mu}(C_V^f - C_A^f\gamma_5)v(3)\right]$$

Modulo quadro e somma spin fermioni e media spin Z_0

$$|M|^2 = \frac{g_Z^2}{3}\left[(C_V^{f\,2} + C_A^{f\,2})\right]\mathrm{M}_Z^2;\ \text{abbiamo trascurato le masse finali}: |\vec{\mathrm{p}}_2| = \frac{M_Z}{2}$$

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi}\frac{1}{M_Z}|M|^2\frac{|\vec{p}_2|}{M_Z} = \frac{1}{48}\frac{g_Z^2}{\pi}\left[C_A^{f\,2} + C_V^{f\,2}\right]M_Z =$$

$$\frac{1}{48\pi}\frac{g_W^2 M_Z}{\cos^2\theta_W}\left[C_A^{f\,2} + C_V^{f\,2}\right] = \frac{G}{6\sqrt{2}\pi}\frac{M_W^2}{\cos^2\theta_W}M_Z\left[C_A^{f\,2} + C_V^{f\,2}\right] \Rightarrow$$

$$\boxed{\Gamma_Z = \frac{G}{6\sqrt{2}\pi}M_Z^3\left[C_A^{f\,2} + C_V^{f\,2}\right]}$$

Sensibile ai coefficienti C_A^f e C_V^f

Con gli opportuni C_A e C_V dei vari fermioni:

$$\Gamma(\nu\bar{\nu}) = \frac{GM_Z^3}{6\sqrt{2}\pi} \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] = 166.2\ \text{MeV}$$

COLORE

$$\Gamma(l\bar{l}) = \text{"} \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W\right)^2\right] = 83.5\ \text{MeV}$$

$$\Gamma(u\bar{u}, c\bar{c}) = \text{"} \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W\right)^2\right] \times 3 = 295\ \text{MeV}$$

$$\Gamma(d\bar{d}, s\bar{s}, b\bar{b}) = \text{"} \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W\right)^2\right] \times 3 = 381\ \text{MeV}$$

La larghezza totale dello Z dipende dal numero di famiglie dei fermioni:

per 3 famiglie di fermioni: Γ_Z(tot)=2.478 GeV (exp. 2.490±0.007)

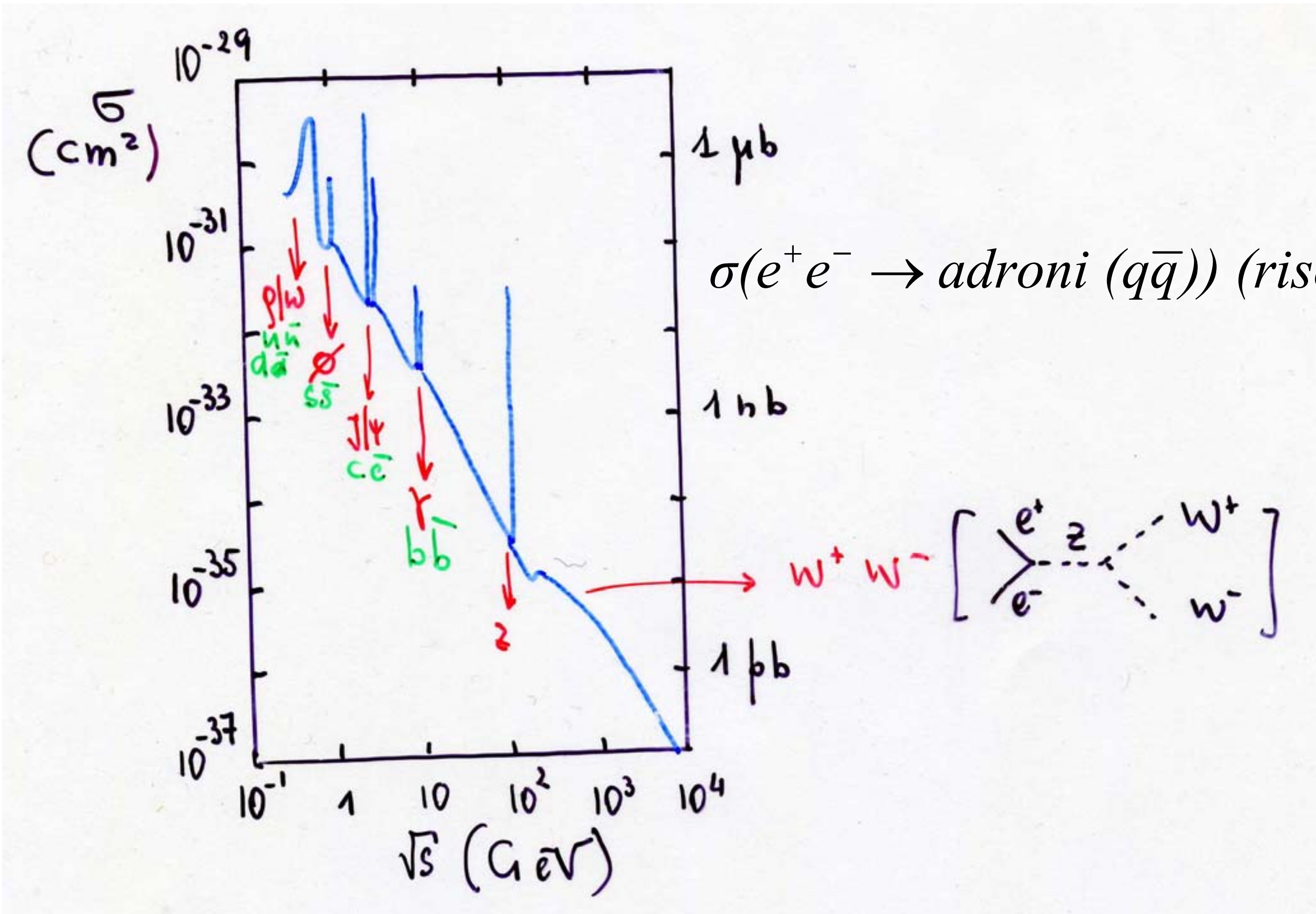
Un'ulteriore famiglia leptonica (ν_X,X) contribuirebbe con 166.2 MeV.

Il B.R. del canale leptone/antileptone (ex. $e^+ e^-$) che è misurabile "facilmente" è solo il 3.3% (83.5 MeV/2478 MeV).

Il canale "invisibile" $\Gamma(Z \to \nu\bar{\nu})$ è circa il 20%.

$$\sigma(e^+e^- \to Z \to q\bar{q}(adroni)) = \sigma(e^+e^- \to Z \to \mu^+\mu^-)\frac{\Gamma_{q\bar{q}}}{\Gamma_{\mu^+\mu^-}} =$$

$$1.74\cdot 10^{-33}\,\frac{1733}{83.5} \approx 36\cdot 10^{-33}\,cm^2$$



σ(e⁺e⁻ → adroni (qq̄)) (risonanze e continuo)

Ci sono altri ν oltre a $\nu_e\ \nu_\mu\ \nu_\tau$?

La distribuzione di massa di una risonanza è descritta da una Breit e Wigner:

$$P(m) = \frac{1}{2\pi}\frac{\Gamma}{\Gamma^2/4 + (m-m_0)^2}$$

Dove m_0 è la massa della particella e Γ la sua larghezza totale: somma di tutte le larghezze parziali in tutti i possibili canali di decadimento:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = 6.58 \cdot 10^{-22}\, MeV \cdot s / \tau$$

La larghezza totale dello Z: $\Gamma_{Z:}$

$$\boxed{\begin{aligned}\Gamma_Z = {} & \Gamma(e^+e^-) + \Gamma(\mu^+\mu^-) + \Gamma(\tau^+\tau^-) + \\ & + \Gamma(u\bar{u}) + \Gamma(d\bar{d}) + \Gamma(s\bar{s}) + \Gamma(c\bar{c}) + \Gamma(b\bar{b}) + \\ & + N_\nu \times \Gamma(\nu\bar{\nu})\end{aligned}}$$

N_ν numero di tipi di neutrini (con m_ν< Z/2) $(\Gamma(\nu\bar{\nu}) = 166.2\ \mathrm{MeV\ se\ m}_\nu = 0)$

Misura della larghezza dello Z $\Leftrightarrow$ misura del numero di neutrini

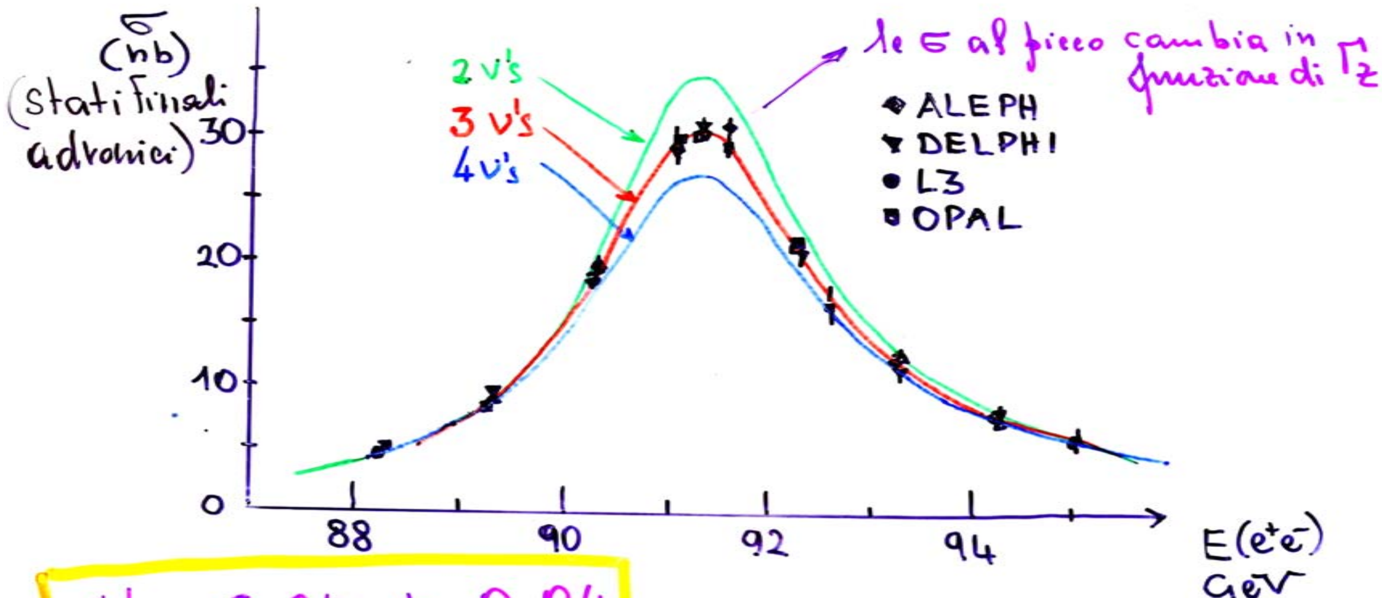
Sperimentalmente si costruisce la Breit/Wigner facendo uno scanning in energia di **$e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow X$** e misurando la sezione d'urto di **$Z \rightarrow X$** attorno alla massa dello Z. La precisione con cui è conosciuta l'energia dei fasci è qualche MeV ($\ll \Gamma_Z$)

Oppure si può scegliere un canale specifico ex:

$$e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow q\bar{q} \rightarrow adroni$$

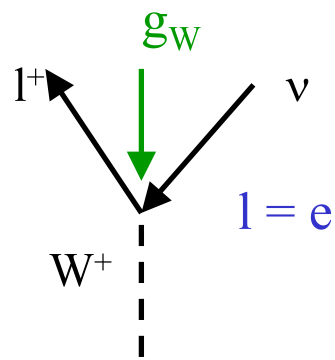
La cui sezione d'urto in funzione di $E(e^+ e^-)$ è una Breit/Wigner proporzionale a:

$e^+e^- \rightarrow Z \longleftarrow \Gamma(e^+e^-) \quad \dfrac{\Gamma(q\bar{q})}{\Gamma_Z} \longrightarrow$ Frazione di decadimento In adroni rispetto al totale



$\boxed{N_\nu = 3.04 \pm 0.04}$

Il calcolo delle larghezze parziali del $W^{\pm}$ in coppie di leptoni è del tutto analogo a quello per lo Z.



l = e, μ, τ

$$\Gamma(W^+ \to l^+ \nu_l) = \frac{G M_W^3}{6\sqrt{2}\pi} \approx 226\ \text{MeV}$$

Nel caso di decadimento in coppie di quark dobbiamo inserire il fattore di colore e l'elemento di matrice di CKM:

$$\Gamma(W^+ \to u\bar{d}) = 3\frac{G M_W^3}{6\sqrt{2}\pi}\left[\left|V_{ud}\right|^2\right] \approx 707\ MeV$$

$$\to c\bar{s}$$

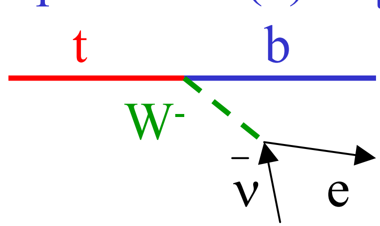
$$\Gamma_W(tot) \approx 2100\ \text{MeV (exp. } 2.08 \pm 0.07\ \text{GeV)}$$

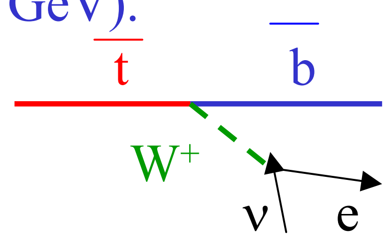
$\to t\bar{b}$ VIETATO CINEMATICAMENTE

B.R. Nel canale leptonico "facile" ($W^+ \to l^+ \nu$) ora è più favorevole (~10%) che per lo Z

Negli anni 80 e 90 è stato a lungo cercato $W^+ \to t\bar{b}$ dalla mancanza di questi eventi limite sulla massa del quark top: ex. UA(2) $m_{top} > 69$ GeV).

Se $m_{top} > M_W$ si cercano:





I W sono reali

CDF+D0: $m_{top} = 174.3 \pm 5.1$

Come si misurano W e Z?

Collisioni leptoniche:

$e^+e^- \to Z \to f\bar{f} (\sqrt{s} \approx M_Z \approx 90\,\text{GeV})$ Anelli di collisione e^+e^- con $L=10^{30}\text{-}10^{31}\,cm^{-2}s^{-1}$

LEP, SLC in un anno (10^7 s) $N_Z \sim 10^6$.

$\bar{\nu}\mu^- \to W^- \to \bar{\nu}\mu^- (\sqrt{s} \approx M_W \approx 80\,\text{GeV})$ Impossibile un anello di collisione

Su bersaglio fisso deve essere: $\hat{s} \approx (M_W)^2 = x \cdot 2ME_\nu; (\nu_\mu d \to \mu^- u), x = 1/6 \Rightarrow E_\nu = 20\,\text{TeV!}$

Oppure $e^+e^- \to W^+W^-$ con $\sqrt{s} > 160$ GeV (ex a $\sqrt{s} = 200$ GeV σ=12 pb)

Collisioni adroniche (collisioni tra quark)

$q\bar{q}(u\bar{u}, d\bar{d}, ..) \to Z \to f\bar{f}$

(macchine di collisione $p\bar{p}$, ma anche pp)

$u\bar{d} \to W^+ \to l^+\nu_l$

-Non tutta l'energia del fascio (p o $\bar{p}$) è utile per il processo elementare (lo è circa 1/6)

-A differenza dei processi leptonici ci sono interazioni competitive: quelle forti.

ex. $in\ p\bar{p}\ a\ \sqrt{s} = 630\ GeV\text{: } \sigma_{tot} \approx 60\ mb;\ \sigma(W \to e\nu) \approx 60 \cdot 10^{-8}\, mb$

Bibliografia

- **D.Perkins**, “Introduction to high energy physics”, quarta edizione Cambridge University Press, 1999;
- **D.Griffith**,”Introduction to elementary particles” Harper & Row, Publisher, New York, 1987;
- **I.J.Aitchison, A.J.G.Hey**, “Gauge theories in particle physics”, Institute of physics 2003.
- **L.B.Okun**, “Leptons and quarks” North Holland pub.