Unificazione elettrodebole

Fatti:

a)Le forze delle interazioni elettromagnetica e debole, apparentemente molto diverse, lo e' in virtu' della grande massa dei mediatori deboli W/Z. Rimane la domanda **perche' il fotone e' senza massa mentre i W/Z la hanno grande.**

b)Il fattore di vertice eelettromagnetico e' puramente vettoriale mentre quello debole carico e' V-A: $\gamma^{\mu}(1-\gamma^{5})$

Ancora piu' complicati sono quelli deboli neutri: $\sin^2\theta_W$…

Per il punto b) possiamo utilizzare il "trucco" di assorbire la matrice $(1-\gamma^5)$ nella Definizione dello spinore:

$$u_L(p) = \frac{(1-\gamma_5)}{2}u(p);\ \frac{(1-\gamma_5)}{2}\ \text{e' il proiettore di elicita' negativa}$$

N.B. u_L e' autostato di elicita' solo nel limite di massa nulla: le equazioni di Dirac si disaccoppiano per i due stati di elicita' (come per il neutrino). Piu' in generale $\frac{1}{2}(1-\gamma_5)$ seleziona la componente negativa di elicita'. Nel limite ultrarelativistico la massa e' trascurabile e u_L tende ad essere uno stato di elicita' pura (negativa).

$$u_R(p)=\frac{(1+\gamma_5)}{2}u(p);\quad \frac{(1+\gamma_5)}{2}\ \text{e' il proiettore di elicita' positiva}$$

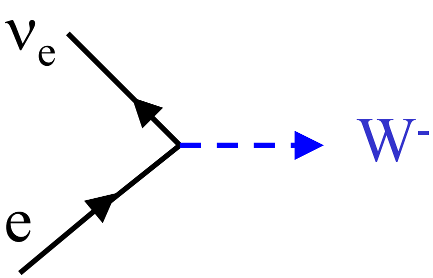
E per le antiparticelle $$v_L(p)=\frac{(1+\gamma_5)}{2}v(p), v_R(p)=\frac{(1-\gamma_5)}{2}v(p)$$

Per gli spinori aggiunti: $$\bar{u}_L \equiv u_L^+\gamma^0=\frac{u^+(1-\gamma^5)}{2}\gamma^0=u^+\gamma^0\frac{(1+\gamma^5)}{2}=\bar{u}\frac{(1+\gamma^5)}{2}$$

$$\bar{v}_L=\bar{v}\frac{(1-\gamma^5)}{2}, \bar{u}_R=\bar{u}\frac{(1-\gamma^5)}{2}, \bar{v}_R=\bar{v}\frac{(1+\gamma^5)}{2}$$

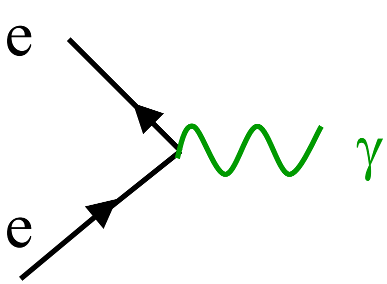
Spinori chirali

Accoppiamenti di corrente carica



L'accoppiamento al vertice contribuisce alla matrice M come: $$\bar{v}\gamma^\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)e \equiv J_\mu^-$$

Corrente carica negativa analoga alla corrente elettrica:



$$-\bar{e}\gamma_\mu e$$

Un po' di algebra con i γ^5: $\left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(1-2\gamma_5+(\gamma_5)^2\right) = \frac{(1-\gamma_5)}{2};$

$$\gamma_\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} = \frac{(1+\gamma_5)}{2}\gamma_\mu \Rightarrow \gamma_\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} = \gamma_\mu \frac{(1-\gamma_5)^2}{4} = \frac{(1+\gamma_5)}{2}\gamma_\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2}$$

Quindi la corrente carica debole si scrive in modo compatto (e simile al caso e.l.m.):

$J_\mu^- = \overline{\nu}_L \gamma_\mu e_L$ Cioe' il vertice e' vettoriale ma si accoppia solo ai fermioni left

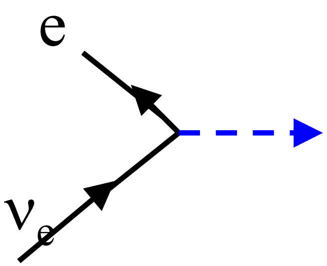
Piu' in generale scriviamo lo spinore come: $u = \frac{(1-\gamma_5)}{2}u + \frac{(1+\gamma_5)}{2}u \equiv u_L + u_R$

Anche la corrente elettrica puo' essere scritta in termini di spinori chirali con una notazione simile alla corrente debole:

$$J_\mu^{em} = -\overline{e}\gamma_\mu e = -(\overline{e}_L + \overline{e}_R)\gamma_\mu(e_L + e_R) = -\overline{e}_L\gamma_\mu e_L - \overline{e}_R\gamma_\mu e_R$$

I termini incrociati sono nulli e nota che le correnti deboli e e.l.m. conservano la chiralita'

Aggiungiamo anche una corrente debole carica positiva:



W^+ con $J_\mu^+ = \overline{e}_L \gamma_\mu \nu_L$

Introduciamo una notazione piu' compatta: definiamo un doppietto left-handed:

$$\chi_L = \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}_L ; \tau^+ = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tau^- = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Le matrici τ definiscono le correnti cariche: τ^- manda $\nu \longrightarrow e$ e viceversa τ^+

La corrente carica ($\pm$) si scrive in maniera compatta:

$$J_\mu^\pm = \overline{\chi}_L \gamma_\mu \tau^\pm \chi_L$$

In termini di matrici di Pauli: $\tau^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \tau^2 = \begin{bmatrix} 0 & \text{-i} \\ \text{i} & 0 \end{bmatrix}, \tau^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\tau^\pm = \frac{1}{2}(\tau^1 \pm i\tau^2)$

Questa struttura e' analoga a quella di uno spin ½: $\begin{bmatrix} e \\ \nu \end{bmatrix}$ rappresenta un doppietto di isospin debole, $\tau^\pm$ sono operatori (di salita e di discesa) per passare da uno stato all'altro: da (e) a (ν) come nel caso di spin ordinario (e anche di isospin forte).
Ma allora ci deve essere anche la possibilita' di trasformare secondo τ^3: (e) in (e) e (ν) in (ν) **le correnti neutre?**

$$J_\mu^3 = \overline{\chi}_L \gamma_\mu \frac{1}{2} \tau^3 \chi_L = \frac{1}{2} \overline{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \overline{e}_L \gamma_\mu e_L$$

Ma $J_\mu{}^3$ accoppia sono i fermioni left (V-A) e sappiamo anche che le correnti deboli neutre sono piu' complicate: ci sono anche i fermioni right.

Introduciamo anche un'altra quantita': l'ipercarica debole **Y** miscuglio di corrente elettromagnetica e J^3: **$Y=2Q-2t_3$** (t_3= 3ª componente dell'isospin debole) e una corrente di ipercarica debole J_μ^Y:

$$J_\mu^Y = 2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3 = -2\bar{e}_R\gamma_\mu e_R - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L - 2\bar{\nu}_L\gamma_\mu\nu_L$$

Caratteristiche:

-Y=1 per il doppietto leptonico e Y=1/3 per quello di quark;

-Conserva l'isospin debole (sia la parte e.l.m. che debole conservano l'isospin)

-il III termine accoppia solo lo spinore left (il neutrino).

In altre parole abbiamo combinato 2 doppietti di isospin ottenendo:

a) Un isotripletto: $\bar{\nu}_L e_L, (\bar{\nu}_L\nu_L - \bar{e}_L e_L), \bar{e}_L\nu_L \Rightarrow J^\pm, J^3$

b) Un isosingoletto $(\bar{\nu}_L\nu_L + \bar{e}_L e_L)$ che sommato alla parte right (e.l.m.) mi da la corrente Y

La struttura si estende anche agli altri leptoni e quark: 6 doppietti di spin isotopico debole :

$$\chi_L = \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} u \\ d' \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} c \\ s' \end{bmatrix}_L, \begin{bmatrix} t \\ b' \end{bmatrix}_L$$

3 correnti di isospin debole: $\vec{J}_\mu = \frac{1}{2}\bar{\chi}_L\gamma_\mu\vec{\tau}\chi_L$

1 corrente di ipercarica: $J_\mu^Y = 2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3$ con $J_\mu^{em} = \sum_{i=1}^{2} Q_i(\bar{u}_{iL}\gamma_\mu u_{iL} + \bar{u}_R\gamma_\mu u_{iR})$

sommata sulle particelle di un doppietto e su tutti i doppietti

Vogliamo che lagrangiana cosi' costruita sia invariante sotto trasformazioni di SU(2), rotazioni nello spazio dello spin isotopico debole. Tali rotazioni possono essere globali o locali.

Ad es. Possiamo imporre che la lagrangiana di Dirac: $i\overline{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi - m^{2}\overline{\psi}\psi$ dove Ψ e' un vettore a due componenti (di isospin debole) sia invariante sotto SU(2): $\psi \rightarrow e^{i\vec{\sigma}\cdot\vec{\theta}}\psi$

Possiamo anche imporre che tale lagrangiana sia anche invariante moltiplicando La funzione d'onda per una fase: $\psi \rightarrow e^{i\theta}\psi$ (trasformazione U(1)).

Se $\theta, \vec{\theta}$ sono fasi globali cioe' si applicano a tutti i campi in ogni regione dello spazio la invarianza e' automatica. Se invece sono funzioni di $x_{\mu} : \theta(x_{\mu}), \vec{\theta}(x_{\mu})$ parleremo di **Invarianza di gauge locale** e, in questo caso l'invarianza della lagrangiana di Dirac non e' automatica ma e' possible a patto di:

a)Nel caso di U(1) introdurre un nuovo campo vettoriale: il potenziale elettronagnetico A_{μ}, i termini di potenziale di Maxwell e l'accoppiamento campo-fermione carico

$$L = \left(i\overline{\psi}\gamma_{\mu}\partial^{\mu}\psi - m^{2}\overline{\psi}\psi\right) - \frac{16}{\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \underbrace{\left(q\,\overline{\psi}\gamma^{\mu}\psi\right)}_{J^{\mu}=\text{ corrente elettromagnetica}}A_{\mu}$$

Richiedere l'invarianza di gauge locale per SU(2) della lagrangiana libera di Dirac porta a:

a)Tre campi vettoriali 2 carichi e 1 neutro che costituiscono i campi di gauge. Rimane il problema della loro massa che, perche' la gauge sia preservata dovrebbe essere nulla.

Se vogliamo costruire una teoria unificata elettrodebole la sua Lagrangiana dovra' essere invariante sotto trasformazioni locali

U(1) x SU(2)

Conservazione della carica elettrica

Conservazione dell'isospin debole

Modello di Glashow,Weinberg,Salam

Ingredienti:

a)Le tre correnti di isospin debole si accoppiano con un isotripletto di bosoni intermedi $\vec{W}$ con costante di accoppiamento g_W. I campi $\vec{W}$ sono quelli generati dall' invarianza su SU(2).

b) La corrente di ipercarica si accoppia con costante g'/2 a un bosone intermedio isosingoletto B (originato dall'invarianza di gauge U(1)).

$$iL = -i\left[g_W \vec{J}_\mu \cdot \vec{W}^\mu + \frac{g'}{2} J_\mu^Y B^\mu \right] (cfr.QED : J_\mu^{em} A^\mu)$$

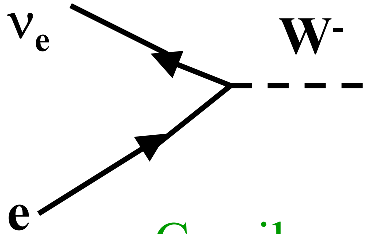
Esplicitamente per la parte di isospin debole: $\vec{J}_\mu \cdot \vec{W}^\mu = J_\mu^1 W^{\mu 1} + J_\mu^2 W^{\mu 2} + J_\mu^3 W^{\mu 3}$

O piu' chiaramente definendo le correnti cariche: $J_\mu^\pm = \overline{\chi}_L \gamma_\mu \tau^1 \chi_L \pm i \overline{\chi}_L \gamma_\mu \tau^2 \chi_L = J_\mu^1 \pm J_\mu^2$

E i bosoni fisici: $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[W_\mu^1 \mp W_\mu^2 \right]$ la parte di isospin debole diventa:

$$\vec{J}_\mu \cdot \vec{W}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} J_\mu^+ W^{\mu +} + \frac{1}{\sqrt{2}} J_\mu^- W^{\mu -} + J_\mu^3 W^{\mu 3}$$

L'accoppiamento ai bosoni W^+, W^- si calcola facilmente:



$$-i\frac{g_W}{\sqrt{2}}J_\mu^- W^{\mu -} = -i\frac{g_W}{2\sqrt{2}}\left[\bar{\nu}\gamma_\mu(1-\gamma^5)e\right]W^{\mu -}$$

Con il corretto fattore di vertice: $-i\frac{g_W}{2\sqrt{2}}\left[\bar{\nu}\gamma_\mu(1-\gamma^5)e\right]$

Ma la simmetria SU(2)xU(1) e' rotta : **gli stati neutri si mischiano**

$$A_\mu = B_\mu \cos\theta_W + W_\mu^3 \sin\theta_W$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin\theta_W + W_\mu^3 \cos\theta_W$$

A_μ e Z_μ sono gli stati fisici osservabili
Mentre $\sin\theta_W$ e' un parametro libero

Scriviamo esplicitamente anche la parte neutra dell'interazione:

$$-i\left[g_W J_\mu^3 W^{\mu 3} + \frac{g'}{2}J_\mu^Y B^\mu\right] = -i$$

$$\left\{\left[g_W \sin\theta_W J_\mu^3 + \frac{g'}{2}\cos\theta_W J_\mu^Y\right]A^\mu + \right.$$

$$\left.\left[g_W \cos\theta_W J_\mu^3 - \frac{g'}{2}\sin\theta_W J_\mu^Y\right]Z^\mu\right\}$$

Dalla corrente di ipercarica $J_\mu^Y = 2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3$ estraggo:

quindi l'accoppiamento al potenziale e.l.m A^μ sara':

$$J_\mu^{em} = \frac{1}{2} J_\mu^Y + J_\mu^3 \qquad \left[g_W \sin\theta_W J_\mu^3 + \frac{g'}{2}\cos\theta_W J_\mu^Y \right] A^\mu = e J_\mu^{em} A^\mu$$

Per consistenza dovro' quindi avere: $g_W \sin\theta_W = \frac{g'}{2}\cos\theta_W = e$

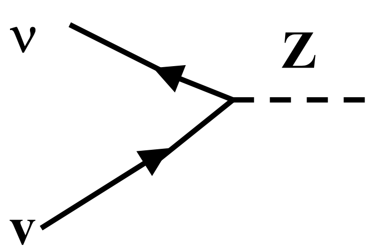
Vediamo anche l'accoppiamento allo Z:

$$\left[g_W \cos\theta_W J_\mu^3 - \frac{g'}{2}\sin\theta_W J_\mu^Y \right] Z^\mu = -i\left[\frac{e}{\sin\theta_W}\cos\theta_W J_\mu^3 - \frac{e}{\cos\theta_W}\frac{\sin\theta_W}{2}\left(2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3\right)\right] Z^\mu =$$

$$= -i\frac{e}{\sin\theta_W \cos\theta_W}\left[J_\mu^3 \cos^2\theta_W + J_\mu^3 \sin^2\theta_W - \sin^2\theta_W J_\mu^{em}\right] Z^\mu =$$

$$-ig_Z\left[J_\mu^3 - \sin^2\theta_W J_\mu^{em}\right] Z^\mu, \text{da cui } g_Z = \frac{e}{\sin\theta_W \cos\theta_W}$$

Estraiamo da qui gli accoppiamenti deboli neutri:

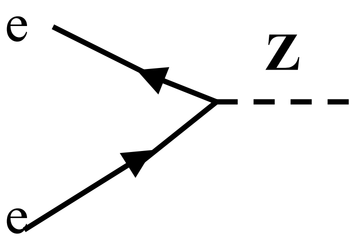


All'interazione di neutrino contribuisce solo J_3^μ

$$-ig_Z \frac{1}{2}\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L Z^\mu = -i\frac{g_Z}{2}\left[\bar{\nu}\gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right)\nu\right] Z^\mu$$

$$da \text{ cui } C_A^\nu = \frac{1}{2}, C_V^\nu = \frac{1}{2}$$

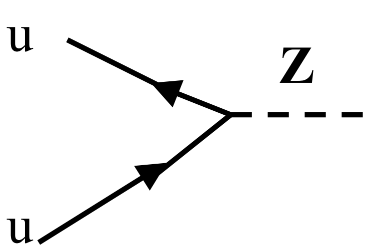
All’interazione neutra di un elettrone: partecipano sia J_μ^3 che J_μ^{em}



$$-ig_Z[-\frac{1}{2}\bar{e}_L\gamma_\mu e_L - \sin^2\theta_W(-\bar{e}\gamma_\mu e)] = -i\frac{g_Z}{2}\left[\bar{e}\gamma_\mu\left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right)e - 2\sin^2\theta_W(-\bar{e}\gamma_\mu e)\right] =$$

$$-\frac{ig_Z}{2}[\underbrace{-\frac{1}{2}+2\sin^2\theta_W}_{\mathbf{C_V}}]\bar{e}\gamma_\mu e \;\underbrace{-\frac{1}{2}}_{\mathbf{C_A}}\bar{e}\gamma_\mu(-\gamma_5)e$$

Se prendiamo un quark u:partecipano sia J_μ^3 che J_μ^{em}



$$-ig_Z[-\frac{1}{2}\bar{u}_L\gamma_\mu u_L - \sin^2\theta_W(\frac{2}{3}\bar{u}\gamma_\mu u)] = -i\frac{g_Z}{2}\left[\bar{u}\gamma_\mu\left(\frac{1-\gamma_5}{2}\right)u - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W(\bar{u}\gamma_\mu u)\right] =$$

$$-\frac{ig_Z}{2}[\underbrace{\frac{1}{2}-\frac{4}{3}\sin^2\theta_W}_{\mathbf{C_V}}]\bar{u}\gamma_\mu u \;\underbrace{+\frac{1}{2}}_{\mathbf{C_A}}\bar{u}\gamma_\mu(-\gamma_5)u$$

Problemi:

Perche’ la simmetria SU(2)xU(1) e’ rotta?

Perche’ B e W^3 si mischiano per dare Z e A attraverso un angolo sin θ_W?

Perche ‘ il fotone e’ senza massa mentre W e Z sono massivi?

Perche’ esistono tre famiglie di leptoni e quark?

Modello minimale

$$g_W = \frac{e}{\sin\theta_W}, g_Z = \frac{e}{\sin\theta_W \cos\theta_W}, \frac{g_W^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}, M_Z = \frac{M_W}{\cos\theta_W}$$

$$\textit{Il}\ \text{parametro}\ \rho = \left(\frac{g_Z^2}{M_Z^2}\right) \Big/ \left(\frac{g_W^2}{M_W^2}\right) = 1$$

Le particelle mediatrici dell'interazione sono: $W^{\pm}, Z, \gamma$ (+ H (Higgs))

I parametri del modello sono : α, G_F, $\sin^2\theta_W$

La teoria e' determinata $\alpha = \frac{1}{137.03599976(50)}$ (a $Q^2 = m_e^2$) 0.004 ppm

$G_F = 1.16639(1) \times 10^{-5}\, GeV^{-2}$ (decadimento del μ) 9 ppm

$\sin^2\theta_W = 0.230 \pm 0.005$ (dal rapporto correnti neutre/cariche in interazioni di ν)

Ma $\sin^2\theta_W$ e' ottenibile anche in altri modi:

a) $\sin^2\theta_W = \frac{e^2}{g_W^2}$, *ottenibile dalla misura di* G_F *e* M_W: $\sin^2\theta_W = \frac{(\pi\alpha/\sqrt{2}G_F)}{M_W^2}$,

b) derivato dalle masse dei bosoni: $\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2\cos^2\theta_W}$;

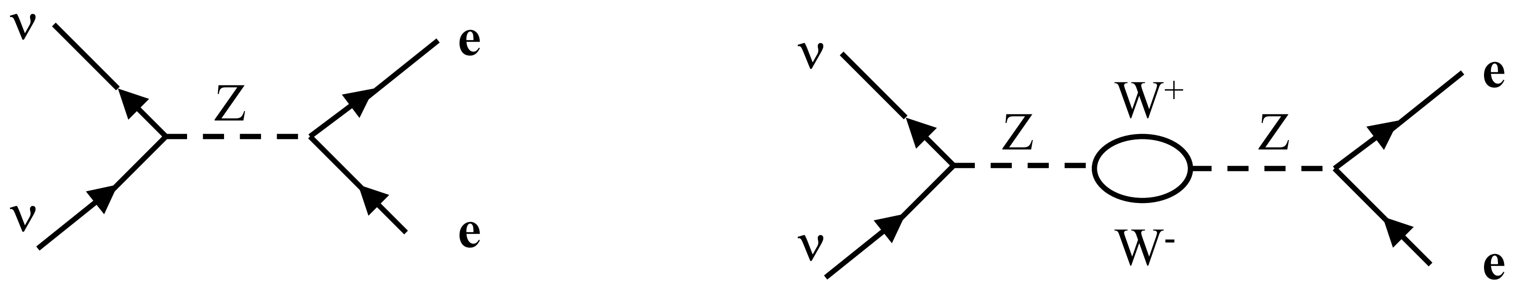
c) da esperimenti di neutrino di corrente neutra e corrente carica: g_Z/g_W

a),b),c) nel modello standard dovrebbero fornire lo stesso valore.

Deviazioni possono indicare:

NUOVA FISICA

Correzioni radiative (oltre l'ordine albero) ai diagrammi del modello standard. Ad es.



Possiamo parametrizzare l'effetto di queste correzioni radiative, definiamo:

$$M_W = \frac{\left(\pi\alpha / \sqrt{2} G_F\right)^{\frac{1}{2}}}{\sin\theta_W} \equiv \frac{A}{\sin\theta_W}$$

$$A = 37.2810 \pm 0.0003\ \text{GeV}$$

Prendiamo la definizione di $\sin\theta_W$ dalla misura σ_{NC}/σ_{CC} di neutrino a bassa energia e trasferiamo la correzione radiativa sulla massa del W:

$$M_W = \frac{A}{\sin\theta_W \sqrt{1-\Delta r}}$$

$$\Delta r \sim \Delta\alpha + \frac{G}{8\sqrt{2}\pi^2}\left(-3\cot^2\theta_W m_t^2 + \frac{11}{3}M_W^2 \ln\frac{M_H^2}{M_W^2}\right) + \ldots$$

Δr varia in gran parte perche' varia α:

$$\alpha = \frac{1}{137} \rightarrow \frac{1}{128} \text{ alla massa dello Z}$$

Δr dipende fortemente dalla massa del top

Δr dipende solo logaritmicamente dalla massa del Higgs: se m_H varia da 100 a 1000 GeV Δr varia di circa 1%.

Meccanismo di Higgs

Lagrangiana di Dirac $L = i\overline{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi - m\overline{\psi}\psi$ da cui le equazioni di Eulero-Lagrange:

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} - \partial_{\mu}\frac{\partial L}{\partial(\partial_{\mu}\psi)} = 0 \Rightarrow \textit{equazione di Dirac}$$

L'invarianza per U(1)$\Longrightarrow$Potenziale A $\Longrightarrow$termine di interazione. Tecnicamente si realizza l'invarianza della lagrangiana sostituendo al posto della ∂ la **derivata covariante** : $\partial_{\mu} \to D_{\mu} = \partial_{\mu} - ieA_{\mu}$

Nel caso della lagrangiana elettrodebole l'invarianza e' per U(1)xSU(2) con la conseguente introduzione dei campi W (tripletto) e B (singoletto). In questo caso la derivata covariante si scrive:

$$\partial_{\mu} \to D_{\mu} = \partial_{\mu} - i\left[\frac{g'}{2}Y \cdot B_{\mu} + g_{W}\vec{I} \cdot \vec{W}_{\mu}\right]$$

Gli stati fisici neutri sono pero' A e Z che sono un miscuglio di W^3 e B ($\sin\theta_W$)

Finora gli stati fisici sono tutti senza massa: un termine esplicito di massa:
$m^2\overline{\psi}\psi$ violerebbe la invarianza di gauge.

Il meccanismo di Higgs propone che la massa dei bosoni intermedi nasca dalla loro interazione con un nuovo campo scalare: **il campo di Higgs Φ** che ha valore di aspettazione sul vuoto (vev) diverso da zero.

La condizione minimale per Φ e' che sia un campo scalare complesso.

Riscriviamo la derivata covariante usando I campi fisici $W^{\pm}$, A e Z

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - i\left[eQ \cdot A_\mu + g_W (I^+ W_\mu^- + I^- W_\mu^+) + \sqrt{g'^2 + g_W^2}(I_3 - Q\sin^2\theta_W) Z_\mu\right]$$

Con eQ carica elettrica del fermione.

Il campo scalare complesso di Higgs Φ contribuisce alla lagrangiana con:

$$L = (\partial\Phi)(\partial\Phi^*) - V(\Phi)$$

Dove il primo e' un termine cinetico ("p^2") e il secondo e' un termine di potenziale che si puo' scrivere come:

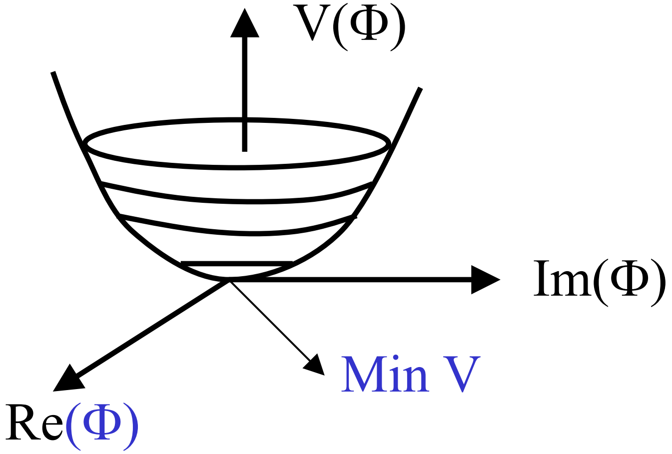
$$V = \mu^2 \Phi\Phi^* + \lambda(\Phi\Phi^*)^2$$

Dove il primo e' un termine di massa e il secondo un termine di autointerazione

Cerchiamo il minimo di V (il valore sul vuoto) in funzione di Φ. **Il coefficiente λ deve essere > 0 altrimenti il minimo non e' stabile.**

Il coefficiente μ^2, invece puo' essere sia positivo che negativo:

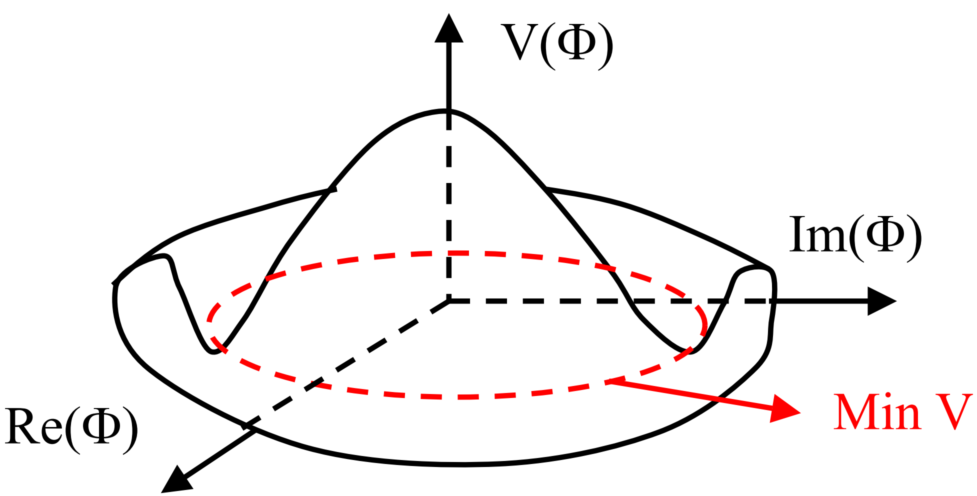
a) $\mu^2 > 0$: **<u>il potenziale ha un unico minimo a Φ=0.</u>**



Il vuoto (il punto di minimo) ha una chiara simmetria

b) $\mu^2 < 0$ I minimi sono negativi e degeneri su una circonferenza di raggio

$$|\Phi| = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \equiv v/\sqrt{2}$$



V e' attrattivo a piccoli |Φ| e repulsivo a grandi.

I minimi sulla circonferenza sono tutti equivalenti e collegabili attraverso una fase (U(1))

Se $\mu^2<0$ ho infiniti stati di minima energia degeneri. La massa e' una quantita' immaginaria? No! Contano solo le deviazioni rispetto al minimo di potenziale

Tecnicamente posso definire un nuovo campo: per cui $|\eta|$=valore di aspettazione del vuoto = 0

$$\eta = \Phi - v = \Phi - \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$$

Inserendo η nella lagrangiana il coefficiente che moltiplica η^2 : $-\mu^2=2\lambda \mathbf{v}^2$ rappresenta il termine (quadratico) di massa.

Il modello minimale richiede un doppietto di campi scalari dotati sia di isospin debole che di ipercarica:

$$\begin{bmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 + i\Phi_3 \\ \Phi_2 + i\Phi_4 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} Y \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} I_3 \\ \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\textit{Il}\ \text{potenziale}\ V = \mu^2\Phi^+\Phi^{+*} + \mu^2\Phi^0\Phi^{0*} + \lambda(\Phi^+\Phi^{+*})^2 + \lambda(\Phi^0\Phi^{0*})^2$$

$$se\ \mu^2 < 0, \text{ha un anello di minimi a}\ \Phi^+\Phi^{+*} + \Phi^0\Phi^{0*} = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = v^2$$

E' un raggio in uno spazio 4-dimensionale

Tutti i minimi sono equivalenti e si passa da uno all'altro attraverso una trasformazione di SU(2)

Rompiamo la simmetria scegliendo $\Phi_3, \Phi_4 = 0$

Inoltre richiedo anche $\Phi_1=0$ cosi che il campo Φ ha solo componenti Φ_2

$$\langle 0 | \Phi | 0 \rangle \equiv \langle \Phi \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Abbiamo “consumato”(“rotto”) la simmetria SU(2) rimane quella U(1) della carica elettrica $Q=I_3+Y$

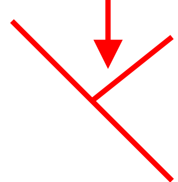
L’operatore di carica elettrica Q e’: $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ che lascia invariato il vev di Φ:

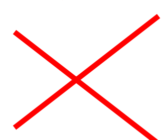
Il campo residuo Φ_2 e’ a carica nulla

Ridefiniamo la variabile di campo come: $\eta = \Phi \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$ e riscriviamo la lagrangiana:

$$L = (\partial_\mu \eta)^* (\partial_\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \pm \mu \sqrt{\lambda} \eta^3 - \lambda \eta^4 + \left(\frac{-\mu^2}{\sqrt{\lambda}} \right)^2$$

Termine di massa





costante

Applichiamo a questa lagrangiana la derivata covariante

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu - i\left[eQ \cdot A_\mu + g_W (I^+ W_\mu^- + I^- W_\mu^+) + \sqrt{g'^2 + g_W^2}\,(I_3 - Q\sin^2\theta_W) Z_\mu\right]$$

Il primo termine della lagrangiana sara'

$$(D\Phi)^*(D\Phi) = \left(\frac{g_W^2\eta^2}{2}\right)\overline{W}W + \left(\frac{g_W^2 + g'^2}{2}\eta^2\right)\overline{Z}Z + e^2\overline{A}A(Q\langle\Phi\rangle)^2 \longrightarrow = 0$$

$\eta = valore\ di\ aspettazione\ del\ campo\ di\ Higgs\ nel\ vuoto$

$$M_W = \frac{g_W\eta}{2},\quad M_Z = \frac{\sqrt{g_W^2 + g'^2}}{2}\eta,$$

$$\mathrm{se}\ \mathrm{g}' = \mathrm{g_W}\frac{\sin\theta_W}{\cos\theta_W}, M_Z = \frac{M_W}{\cos\theta_W}.$$

Quanto vale η?

$$\eta = \frac{2M_W}{g_W}, \mathrm{se}\ \frac{\mathrm{G}}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2}$$

$$\eta = \frac{1}{(G\sqrt{2})^{1/2}} = 246\ \mathrm{GeV}$$

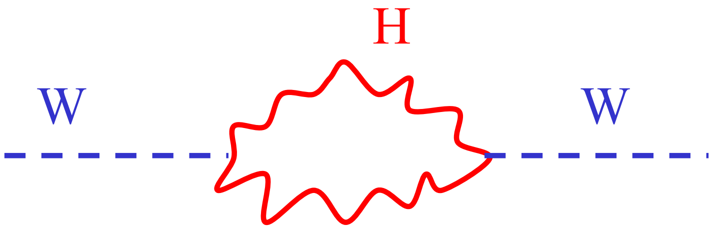
Che cosa abbiamo fatto?

L'invarianza SU(2)xU(1) implica quattro gradi di liberta'. L'introduzione del bosone di Higgs e la rottura di 3 dei gradi di liberta' genera polarizzazioni longitudinali di W^+,W^- e Z che acquistano quindi massa.

Il quarto grado di liberta' diventa un campo fisico scalare neutro: il bosone di Higgs.

Fisicamente:

Il vuoto emette e assorbe quanti (virtuali) del campo di Higgs i quali trasportano isospin debole e ipercarica che quindi possono accoppiarsi ai bosoni intermedi che quindi acquistano massa



Il fotone (e il gluone) che non trasporta isospin debole o ipercarica Y non si accoppiano con il bosone di Higgs e quindi resta senza massa.

Bibliografia

a)D.Griffiths “Introduction to elementary particles”, Harper & Row PUB
b)D. Green “Lectures in particle physics”, World Scientific.
c)R.K.Ellis et al. “QCD and Collider Physics”, Cambridge University Press.